

## 4.6.5 Složený obvod střídavého proudu

**Předpoklady:** 4601, 4602, 4603, 4604

Přehled součástek:

	<b>Odpor R</b>	<b>Kondenzátor C</b>	<b>Cívka L</b>
„Odpor“ stejnosměrný obvod	R	$\infty$	0
„Odpor“ střídavý obvod	R	$X_C = \frac{1}{\omega C}$	$X_L = \omega L$
Fázový posun mezi proudem a napětím u střídavého obvodu	0	$\frac{\pi}{2}$ nejdřív proud pak napětí	$-\frac{\pi}{2}$ nejdřív napětí pak proud

V tabulce jsou zachyceny ideální případy. Zkusíme teď reálnou školní cívku 600 závitů.

Připojíme cívku do stejnosměrného obvodu, neprochází přes ní nekonečný proud  $\Rightarrow$  cívka má nenulový odpor.

(je to jasné, je namotaná z drátu, který má sice malý odpor, ale závitů je hodně  $\Rightarrow$  chová se podobně jako rezistor)

Jaký je její odpor? (všechny hodnoty na dvě platné číslice, nejde o přesné měření).

Naměřené hodnoty:  $U = 1,8 \text{ V}$  ,  $I = 0,73 \text{ A}$

$$R = \frac{U}{I} = \frac{1,8}{0,73} \Omega = 2,5 \Omega$$

Cívka se ve stejnosměrném obvodu chová jako klasický rezistor o odporu  $2,5 \Omega$  .

Ve střídavém obvodu by se její „odpor“ měl zvětšit, začne indukovat protinapětí a projeví se její induktaance.

Spočteme jak.

$$\text{Indukčnost cívky: } L = \mu \frac{N^2 \cdot S}{l}$$

počet závitů:  $N = 600$  ,  $l = 7,5 \text{ cm} = 0,075 \text{ m}$

$S = \pi r^2 = \pi 0,025^2 \text{ m}^2 = 0,002 \text{ m}^2$  (plocha dutiny cívky, jde přibližně o kruh s průměrem 5 cm)

$\mu = \mu_0$  cívka má vzduchové jádro

**Př. 1:** Urči indukčnost školní cívky 600 závitů. Jaká bude její induktaance v obvodu o frekvenci 50 Hz ?

$$\text{Indukčnost cívky: } L = \mu \frac{N^2 \cdot S}{l} = \mu_0 \frac{600^2 \cdot 0,002}{0,075} \text{ H} = 0,012 \text{ H}$$

$$\text{Induktance cívky: } X_L = \omega L = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,012 \Omega = 3,8 \Omega$$

$\Rightarrow$  celkový odpor cívky se střídavém obvodu by měl být  $2,5 + 3,8 \Omega = 6,3 \Omega$

Ověříme pokusem:

Naměřené hodnoty:  $U = 3,7 \text{ V}$  ,  $I = 0,87 \text{ A}$

$$R = \frac{U}{I} = \frac{3,7}{0,87} \Omega = 4,3 \Omega$$

⇒ naměřená hodnota je překvapivě malá. I když uvážíme, že náš výpočet nebyl zcela přesný, vychází odečtením indukčnosti cívky na  $4,3 \Omega - 2,5 \Omega = 1,8 \Omega$  ⇒ ani ne polovina spočtené hodnoty. Tak velkou chybu jsme snad neudělali.

Možné příčiny:

- špatný vzorec nebo špatně určené parametry cívky
- normální odpor cívky funguje ve střídavém obvodu jinak (ale my jsme si říkali, že funguje stejně)
- není možné jednoduše sčítat odpor a induktanci cívky

Poslední možnost není tak nesmyslná, jak se zdá na první pohled. Při našich úvahách jsme zapomněli na čtvrtou řádku tabulky: normální odpor a induktance cívky se liší fázovým posunem mezi proudem a napětím ⇒ obojí snižuje proud v obvodu, ale není to to samé. Působení cívky „svírá s působením odporu úhel  $90^\circ$ “.

Jakým způsobem se „sčítají“ věci, které svírají úhel  $90^\circ$ ?

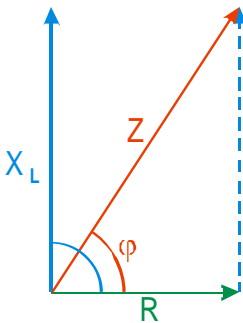
Pomocí Pythagorovy věty ⇒ zkusíme výsledný „odpor“ (značíme ho  $Z$  a říkáme mu **impedance**) spočítat pomocí Pythagorovy věty:

$Z = \sqrt{2,5^2 + 3,8^2} \Omega = 4,5 \Omega$  , když srovnáme s naměřenou hodnotou  $4,3 \Omega$  , jde až o překvapivou shodu.

Zbývá ještě vyřešit, jaký bude v obvodu posun mezi napětím a proudem. Určitě bude mezi  $0^\circ$  (tak by to chtěl odpor) a  $90^\circ$  (tak by to chtěla induktance).

Induktance je větší než odpor ⇒ fázový posun by měl být blíž k  $90^\circ$  než k  $0^\circ$  ⇒ bude větší než  $45^\circ$ .

Nakreslíme obrázek:



Když využijeme pravouhlý trojúhelník kromě určení impedance i k určení fázového posunu, nabízí se vztah  $\text{tg } \varphi = \frac{X_L}{R} = \frac{3,8}{2,5} \Rightarrow \varphi = 56^\circ 40'$  .

Shrňme: pro sériové zapojení cívka, odpor ve střídavém obvodu:

- Impedance (něco jako celkový odpor):  $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$
- Fázový posun:  $\text{tg } \varphi = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega L}{R} = \frac{U_L}{U_R}$
- Ohmův zákon:  $I = \frac{U}{Z}$

**Př. 2:** Reálná cívka s ohmickým odporem  $R=50\ \Omega$  a indukčností  $L=0,2\ \text{H}$  je připojena:

- ke stejnosměrnému zdroji napětí 5 V
- ke střídavému zdroji napětí 5V, 50 Hz

Urči v obou případech proud, který bude přes cívku procházet. Jaký bude fázový posun mezi napětím a proudem?

a) stejnosměrný zdroj napětí 5 V  
roli hraje pouze ohmický odpor

$$I = \frac{U}{R} = \frac{5}{50} \text{ A} = 0,1 \text{ A}$$

Fázový posun je nulový.

b) ke střídavému zdroji napětí 5V, 50 Hz

roli hraje jak ohmický odpor tak indukčnost  $\Rightarrow$  musíme určit impedanci

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{50^2 + (2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,2)^2} \ \Omega = 80,3 \ \Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{5}{80,3} \text{ A} = 0,062 \text{ A}$$

$$\text{tg } \varphi = \frac{\omega L}{R} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,2}{50} = 1,26 \Rightarrow \varphi = 51^\circ 21'$$

**Př. 3:** Při pokusu s cívku 600z s ocelovým jádrem ve střídavém obvodu byla paralelně zapojena cívka a reostat. V každé větvi byla jedna ze dvou identických žárovek. U stejnosměrného proudu byl reostat nastaven na 55  $\Omega$ . Po zapojení do stejnosměrného obvodu jsme museli zvětšit odpor na reostatu na 120  $\Omega$ . Urči indukčnost cívky.

Ze zapojení reostatu jsme zjistili:

- ve stejnosměrném obvodu ohmický odpor  $R=55\ \Omega$
- ve střídavém obvodu celkovou impedanci  $Z=120\ \Omega$

$\Rightarrow$  ze vztahu pro impedanci můžeme určit indukčnost

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

$$Z^2 = R^2 + (\omega L)^2$$

$$Z^2 - R^2 = \omega^2 L^2$$

$$L^2 = \frac{Z^2 - R^2}{\omega^2}$$

$$L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{\omega}$$

$$L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{\omega} = \frac{\sqrt{120^2 - 55^2}}{2 \cdot \pi \cdot 50} \text{ H} = 0,34 \text{ H}$$

Cívka má s ocelovým jádrem indukčnost 0,34 H.

**Pedagogická poznámka:** Pokus z úvodu hodiny provádíme se studenty, aby sami zjistili, že normální sčítání nefunguje. Fázory zavádíme až v další hodině, cílem této je pouze zjistit, že u střídavého proudu je nutné postupovat opatrněji a brát v úvahu i rozdílné fázové posuny.

**Shrnutí:** Obyčejný odpor a induktanci cívky nemůžeme sčítat normálně, ale musíme použít Pythagorovu větu.