

9.3.3 Charakteristiky polohy

Předpoklady: 9303

Tabulka četností (například známek z matematiky) obsahuje kompletní statistickou informaci, ale pro rychlou orientaci je údajů příliš mnoho \Rightarrow hledáme jedno číslo, které nám rychle řekne, jaká je typická hodnota \Rightarrow **aritmetický průměr**

Aritmetický průměr \bar{x} je nejčastěji užívanou charakteristikou polohy a je dán vzorcem: $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$. Součet všech zjištěných hodnot znaku vydělíme počtem všech jednotek.

Př. 1: Při výzkumu byly zjištěny tyto známky z fyziky: 3, 2, 1, 3, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 2, 3, 1. Urči průměr známek z fyziky.

Dosadíme do vzorce:

$$\bar{x} = \frac{3+2+1+3+2+2+3+3+3+4+3+3+3+3+3+3+2+3+1}{19} \doteq 2,63$$

V případě většího počtu čísel se stává výpočet značně obtížný. Pro usnadnění můžeme využít tabulku četností.

Př. 2: Vypočti aritmetický průměr známek z matematiky. Výpočet si usnadni pomocí tabulky četností sestavené v minulé hodině. Sestav vzorec pro výpočet aritmetického průměru použitím četnost jednotlivých hodnot.

Tabulka četností známek z matematiky:

1	2	3	4	5
1	5	10	3	0

Při výpočtu průměru vynásobíme každou hodnotu její četností:

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 1 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 10 + 4 \cdot 3}{19} \doteq 2,79$$

Vzorec: $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^r x_j^* n_j$

Tabulka četností výšek v intervalech:

x_j^*	160	165	170	175	180	185	190
n_j	1	1	4	6	4	2	1

Př. 3: Vypočti pomocí předchozí tabulky průměrnou výšku osoby účastnící se výzkumu.

Při výpočtu průměru vynásobíme každou hodnotu její četností:

$$\bar{x} = \frac{160 \cdot 1 + 165 \cdot 1 + 170 \cdot 4 + 175 \cdot 6 + 180 \cdot 4 + 185 \cdot 2 + 190 \cdot 1}{19} \doteq 175,5$$

Výsledek se přesně neshoduje s průměrem, který spočítáme z původních nezaokrouhlených hodnot ($\bar{x} = 175,2$), což je způsobeno zaokrouhlováním při přiřazování do intervalů.

Výpočet průměrné výšky je možné ještě trochu urychlit pomocí následující věty:

Jsou-li hodnoty znaků x a u vázány vztahem $x = a + bu$, kde a, b jsou konstanty, pak tentýž vztah platí i pro průměry: $\bar{x} = a + b\bar{u}$.

Př. 4: Zvol vhodné hodnoty konstant a, b tak, aby se zjednodušil výpočet průměrné výšky a zapiš tabulku četností pro znak u .

zvolíme hodnoty $a = 160$ a $b = 5 \Rightarrow$

u_j^*	0	1	2	3	4	5	6
n_j	1	1	4	6	4	2	1

$$\bar{u} = \frac{0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 6 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 2 + 6 \cdot 1}{19} \doteq 3,105$$

$$\bar{x} = a + b\bar{u} = 160 + 5 \cdot 3,105 \doteq 175,5$$

Aritmetický průměr se sice nejčastěji používá, ale ne vždy nejlépe vypovídající charakteristikou polohy.

Př. 5: Spočítej libovolnou metodou průměrný měsíční příjem všech účastníků výzkumu.

Průměr ze zjištěných hodnot vydělených 100:

$$\bar{u} = \frac{7 + 13 + 5 + 8 + 10 + 8 + 10 + 4 + 4 + 4 + 20 + 10 + 10 + 6 + 12 + 5 + 15 + 14 + 200}{19} \doteq 19,21$$

$$\bar{x} = 100 \cdot \bar{u} = 1921$$

Průměrný čistý měsíční příjem účastníků výzkumu je vyšší než měsíční příjem 17 účastníků výzkumu.

Jak je to možné?

Mezi účastníky výzkumu byl jeden, jehož příjem značně přesahuje příjmy ostatních (je desetkrát větší) \Rightarrow jeho příjem podstatně zvětšil velikost součtu a tím i průměrnou hodnotu.

Př. 6: Spočítej libovolnou metodou průměrný měsíční příjem účastníků výzkumu, jejich příjem nepřesahuje 10000 Kč.

Průměr ze zjištěných hodnot vydělených 100:

$$\bar{u} = \frac{7 + 13 + 5 + 8 + 10 + 8 + 10 + 4 + 4 + 4 + 20 + 10 + 10 + 6 + 12 + 5 + 15 + 14}{18} \doteq 9,17$$

$$\bar{x} = 100 \cdot \bar{u} = 917$$

Nový průměr je ani ne poloviční a rozhodně lépe charakterizuje rozložení příjmů mezi účastníky výzkumu.

Předchozí situace dobře ilustruje (v trochu přehnané formě) problémy s jedním z nejčastěji zmiňovaných statistických údajů – průměrnou měsíční mzdou. V součtu, ze kterého tento

průměr počítáme, se nachází poměrně malá část zaměstnanců s extrémně vysokými příjmy, které podobným způsobem zvedají součet a tím i průměrnou mzdu. Zcela zákonitě má většina zaměstnanců příjem nižší než průměrný. Nejde tedy o žádnou chybu ve výpočtu, ale pouze o důsledek vysokých příjmů špičkových zaměstnanců a špatně zvolené statistické charakteristiky (vzhledem k slabému matematickému vzdělání většiny populace, by však jiný údaj nebyl tak snadno srozumitelný).

Modus znaku x (značí se $\text{Mod}(x)$) je hodnota x s největší četností.

Př. 7: Urči modus:

- známek z matematiky
- výšky
- čistého měsíčního příjmu.

hodnoty určíme ihned z tabulky četností:

a) známky z matematiky

1	2	3	4	5
1	5	10	3	0

$$\text{Mod}(x) = 3$$

b) výška

x_j^*	160	165	170	175	180	185	190
n_j	1	1	4	6	4	2	1

$$\text{Mod}(x) = 175$$

c) čistý měsíční příjem

x_j^*	400	500	600	700	800	1000	1200	1300	1400	1500	2000	20000
n_j	3	2	1	1	2	4	1	1	1	1	1	1

$$\text{Mod}(x) = 1000$$

V bodě c) stačilo, aby jednomu ze studentů snížili kapesné na 400 Kč a jednomu ze studentů, kteří berou 1000 Kč rodiče kapesné zvýšili a Modus by se rovnal 400 Kč. V některých případech ani Modus nevypovídá dobře o situaci.

Medián znaku x (značí se $\text{Med}(x)$) je prostřední hodnota znaku, jsou-li hodnoty

x_1, x_2, \dots, x_n **uspořádány podle velikosti.**

Př. 8: Urči medián čistého měsíčního příjmu.

prostřední hodnota z 19 hodnot = desátá hodnota

čistý měsíční příjem

x_j^*	400	500	600	700	800	1000	1200	1300	1400	1500	2000	20000
n_j	3	2	1	1	2	4	1	1	1	1	1	1

$$\text{Med}(x) = 1000$$

Pokud je počet hodnot sudý, počítáme medián jako průměr ze dvou prostředních hodnot.

Př. 9: Urči medián čistého měsíčního příjmu pokud z hodnot vypustíme nejvyšší hodnotu.

Upravená tabulka četností:

x_j^*	400	500	600	700	800	1000	1200	1300	1400	1500	2000
n_j	3	2	1	1	2	4	1	1	1	1	1

$$\text{Med}(x) = \frac{800 + 1000}{2} = 900$$

Dodatek: Účastníkem výzkumu s čistým příjmem 20000 Kč měsíčně byl učitel – autor učebnice. Bohužel tato částka nebyla mým učitelským platem, protože kromě učení vykonávám na škole ještě i funkci správce počítačové sítě a odstraňovatele počítačových problémů (650 uživatelů, 100 počítačů), která můj hrubý měsíční příjem zvyšuje přibližně o 7000 tisíc.

Př. 10: Petáková:
strana 175/cvičení 66

Shrnutí: Charakteristiky polohy vyjadřují typickou velikost znaku.