

8.2.5 Zápisy se sumačním znakem

Předpoklady: 8202

Pedagogická poznámka: Tato hodina je spíše na 25 minut, není nutné ji probírat, ale její obsah může studentům ulehčit život. Je možné ji zařadit kamkoliv po hodině 8202.

Chceme sečíst čísla od 1 do 52. Jak to můžeme napsat?

Zatím umíme toto: $1 + 2 + 3 + \dots + 50 + 51 + 52$

Dvě nevýhody:

- je to dlouhé
- není přesně dáno, co máme napsat místo teček, předpokládáme, že tři tečka znamenají „stejným způsobem dále“

\Rightarrow bylo by výhodné zavést speciální zápis pro sčítání velkého množství čísel \Rightarrow

sumační znak: $1 + 2 + 3 + \dots + 50 + 51 + 52 = \sum_{i=1}^{52} i$

- i - co sčítám
- $i = 1$ - odkud sčítám
- 52 - kam až sčítám

Př. 1: Rozepiš následující sumy:

a) $\sum_{i=3}^7 i$ b) $\sum_{a=-3}^4 a$

a) $\sum_{i=3}^7 i = 3 + 4 + 5 + 6 + 7$

b) $\sum_{a=-3}^4 a = -3 + (-2) + (-1) + 0 + 1 + 2 + 3 + 4$

Př. 2: Napiš následující součty pomocí sumačního znaménka:

a) $7 + 8 + \dots + 14 + 15$

b) $-112 + (-111) + \dots + 23 + 24$

a) $7 + 8 + \dots + 14 + 15 = \sum_{i=7}^{15} i$

b) $-112 + (-111) + \dots + 23 + 24 = \sum_{i=-112}^{24} i$

Zapsat samozřejmě můžeme i jiné součty než celá čísla jdoucí po sobě.

$$\sum_{i=1}^5 i^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3$$

Př. 3: Rozepiš následující sumy:

a) $\sum_{i=1}^{25} 2i$

b) $\sum_{i=1}^{25} \frac{1}{i+1}$

c) $\sum_{i=3}^{100} (i^2 + 2i - 3)$

a) $\sum_{i=1}^{25} 2i = 2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + \dots + 2 \cdot 24 + 2 \cdot 25$

b) $\sum_{i=1}^{25} \frac{1}{i+1} = \frac{1}{1+1} + \frac{1}{2+1} + \dots + \frac{1}{24+1} + \frac{1}{25+1}$

c) $\sum_{i=3}^{100} (i^2 + 2i - 3) = (3^2 + 2 \cdot 3 - 3) + (4^2 + 2 \cdot 4 - 3) + \dots + (100^2 + 2 \cdot 100 - 3)$

Př. 4: Napiš následující součty pomocí sumačního znaménka:

a) $7 + 9 + \dots + 51 + 53$

b) $1 + 4 + \dots + 81 + 100$

c) $\frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \dots + \frac{50}{51} + \frac{51}{52}$

a) $7 + 9 + \dots + 51 + 53 = \sum_{i=3}^{26} (2i+1) = \sum_{i=4}^{27} (2i-1)$

b) $1 + 4 + \dots + 81 + 100 = \sum_{i=1}^{10} i^2$

c) $\frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \dots + \frac{50}{51} + \frac{51}{52} = \sum_{i=3}^{51} \frac{i}{i+1} = \sum_{i=4}^{52} \frac{i-1}{i}$

Dodatek: Podobně je možné zkrátit zápisy součinů pomocí znaku $\prod_{i=1}^{10} i = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 9 \cdot 10$.

Př. 5: Petáková:

strana 70/cvičení 55 b)

strana 71/cvičení 56 a)

strana 71/cvičení 57 a)

strana 71/cvičení 58 a) d)

Shrnutí: Zápisy součtů můžeme zkrátit pomocí speciální znaku \sum .