

8.1.8 Důkaz matematickou indukcí II

Př. 1: Dokaž pomocí matematické indukce, že pro členy rekurentně zadané posloupnosti

$$a_1 = 1; a_{n+1} = \left(\frac{n}{n+1}\right)^2 a_n; n \in N \text{ platí vzorec } a_n = \frac{1}{n^2}.$$

Př. 2: Dokaž pomocí matematické indukce, že pro členy rekurentně zadané posloupnosti

$$a_1 = 1; a_{n+1} = \frac{n \cdot a_n + 2}{n+1}; n \in N \text{ platí vzorec } a_n = 2 - \frac{1}{n}.$$

Př. 3: Napiš konkrétní součet řady $1 + 2 + 3 + \dots + n$, pokud platí:

- a) $n = 10$
- b) $n = 3$
- c) $n = 1$

Př. 4: Dokaž pomocí matematické indukce, že pro všechna přirozená čísla platí:

$$1 + 2 + \dots + (n-1) + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Př. 5: Je dáno n přímek v rovině, z nichž každé dvě jsou navzájem různoběžné a žádné tři neprocházejí týmž bodem. Tyto přímky rozdělují rovinu na $\frac{1}{2}(n^2 + n + 2)$ částí.

Dokaž platnost tohoto tvrzení.

Př. 6: Petáková:

strana 150/cvičení 103 b) d) f)
strana 150/cvičení 109