7.5.16 Hyperbola

Př. 1: Vypočti libovolný bod ležící na hyperbole dané funkcí $y=\frac{1}{x}$ a pomocí kalkulačky ověř, že absolutní hodnota z rozdílu jeho vzdáleností od bodů $F\left[\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$ a $E\left[-\sqrt{2};-\sqrt{2}\right]$ se rovná $2\sqrt{2}$.

Př. 2: (BONUS) Ukaž, že graf funkce $y=\frac{1}{x}$ je totožný s množinou všech bodů, jejichž absolutní hodnota rozdílu vzdáleností od bodů $F\left[\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$ a $E\left[-\sqrt{2};-\sqrt{2}\right]$ se rovná $2\sqrt{2}$.

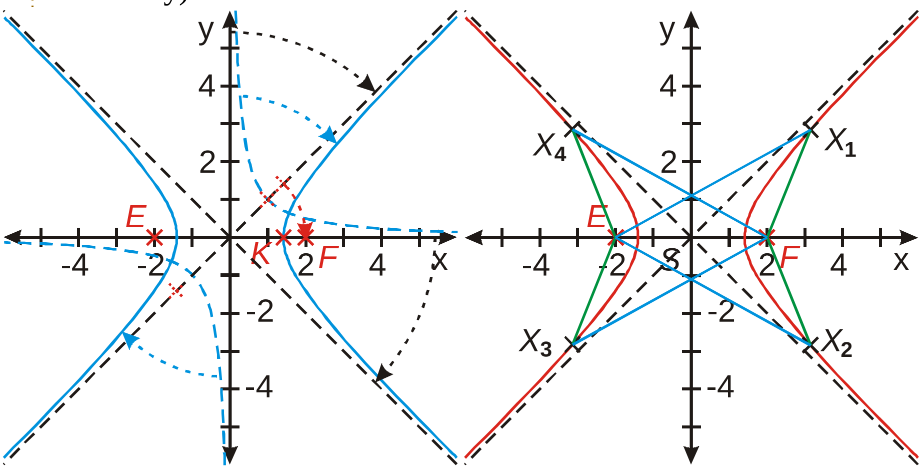
Př. 3: Na základě výsledků příkladu 1 zformuluj planimetrickou definici hyperboly. Při formulaci využij planimetrickou definici elipsy.

V rovině jsou dány dva různé body *E*, *F*. Množina všech bodů *X* roviny, pro které se $\left||EX|-|FX|\right|$ rovná danému kladnému číslu, které je menší než $|EF|$, se nazývá hyperbola. Body *E*, *F* se nazývají ohniska hyperboly.

Př. 4: Porovnej definici hyperboly a definici elipsy a vysvětli příčinu rozdílů.

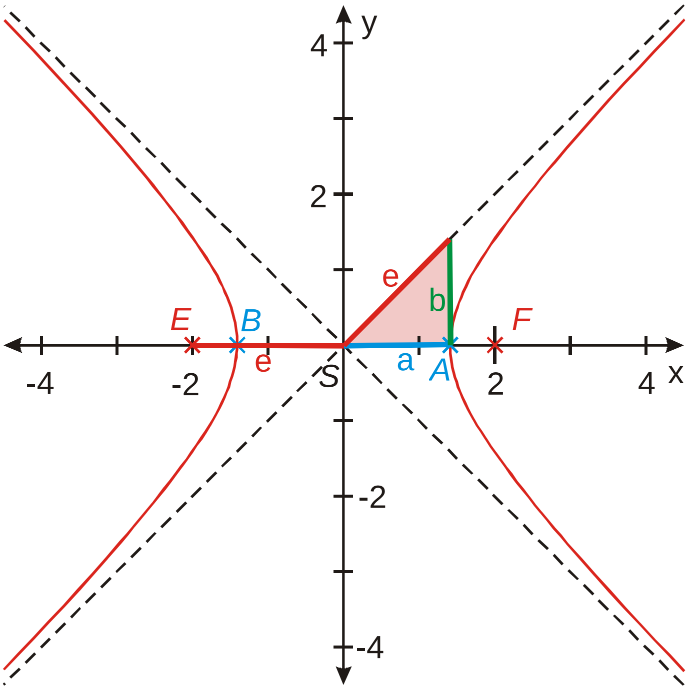
Definice elipsy:
V rovině jsou dány dva body *E*, *F*. Množina všech bodů *X* roviny, pro které se součet $d=|EX|+|FX|$ vzdáleností bodů *X* od bodů *E*, *F* rovná danému číslu většímu než $|EF|$, se nazývá elipsa. Body *E*, *F* se nazývají ohniska elipsy.

- U hyperboly je požadavek na různost bodů *E*, *F* $\Rightarrow$ kdyby body *E*, *F* splynuly do jednoho, všechny body roviny by od nich měly stejnou vzdálenost $\Rightarrow$ rozdíl by vyšel nulový. U elipsy splynutí nevadí, dostaneme kružnici, která je jejím speciálním případem.
- Jiný výraz spočtený ze vzdáleností od ohnisek – jasné, jde o jinou křivku.
- Číslo získané z výpočtu musí být u hyperboly menší než vzdálenost ohnisek $\Rightarrow$ jinak by mezi body hyperboly nenáležel žádný bod mezi ohnisky (u elipsy musí být součet vzdáleností větší než vzdálenost ohnisek, jinak by podmínku nesplňoval žádný bod roviny).



Př. 5: Urči souřadnice bodů *E*, *F* a *K* po otočení,

$|KO|=\sqrt{k_x^2+k_y^2}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2} \Rightarrow K\left[\sqrt{2};0\right]$. $|FO|=\sqrt{f_x^2+f_y^2}=\sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2+\left(\sqrt{2}\right)^2}=2 \Rightarrow$ $F[2;0]$. Bod *E* má souřadnice: $E[-2;0]$ (je s bodem *F* souměrný podle počátku).



Př. 6: Urči u nakreslené hyperboly velikosti poloos a excentricitu. Ověř platnost vztahu $e^2 = a^2 + b^2$.

Hyperbolu, pro kterou platí $a = b$ (poloosy jsou shodné), nazýváme **rovnoosá hyperbola**.

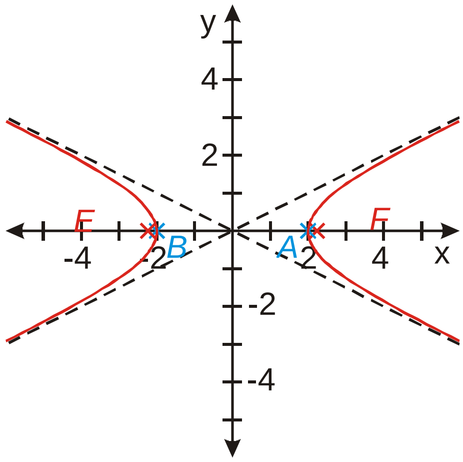
Př. 7: Nakresli obrázek, vypočti souřadnice vrcholů, excentricitu a urči rovnice asymptot hyperboly se středem v počátku soustavy souřadnic, pokud je její hlavní osa totožná s osou *x* a platí pro ni $a = 2$, $b = 1$.

$e = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} \Rightarrow e = \sqrt{5}$

Vrcholy: $A[2;0]$, $B[-2;0]$.

Ohniska: $E\left[-\sqrt{5};0\right]$, $F\left[\sqrt{5};0\right]$.

Rovnice asymptot: $y = \frac{1}{3}x$, $y = -\frac{1}{3}x$.



Př. 8: Petáková:
strana 126/cvičení 41 a) c) d)