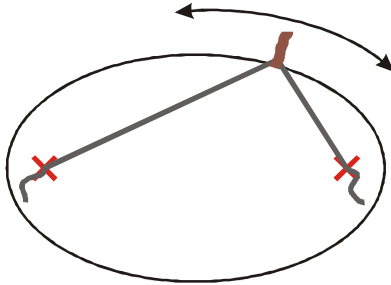


## 7.5.7 Elipsa

Zahradnická konstrukce elipsy (takto se vytyčují záhony):

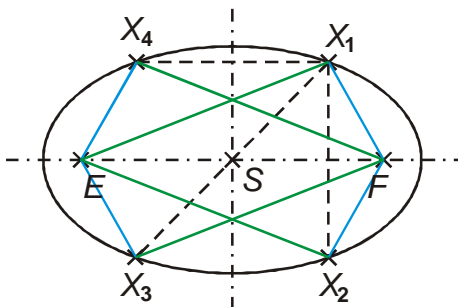


**Př. 1:** Jaký vliv na tvar elipsy má rozdíl mezi délkou provázku mezi body přichycení a vzdáleností těchto bodů.

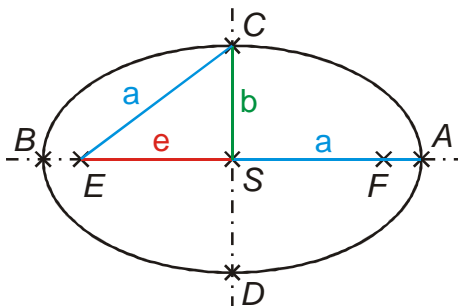
**Př. 2:** Navrhni na základě zahradnické konstrukce elipsy její definici jako množiny bodů v rovině.

V rovině jsou dány dva body  $E, F$ . Množina všech bodů  $X$  roviny, pro které se součet  $d = |EX| + |FX|$  vzdáleností bodů  $X$  od bodů  $E, F$  rovná danému číslu většímu než  $|EF|$ , se nazývá elipsa. Body  $E, F$  se nazývají ohniska elipsy.

**Př. 3:** Dokresli do obrázku osy souměrnosti elipsy. Najdi bod, podle kterého je elipsa středově souměrná. Označ do obrázku obrazy bodu  $X$  v těchto souměrnostech, tedy další body elipsy.



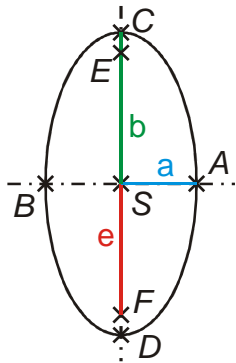
**Př. 4:** Pro elipsu platí:  $a = 5$ ,  $e = 4$ . Urči vedlejší poloosu a souřadnice všech vrcholů a ohnisek této elipsy, pokud její střed leží v počátku soustavy souřadnic.



Platí:  $a^2 = b^2 + e^2 \Rightarrow b = \sqrt{a^2 - e^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ .

$S[0;0] \Rightarrow$  souřadnice:  $A[5;0]$ ,  $B[-5;0]$ ,  $C[0;3]$ ,  $D[0;-3]$ ,  $E[-4;0]$ ,  $F[4;0]$ .

**Př. 5:** Pro elipsu se středem v počátku soustavy souřadnic platí:  $a = 2$ ,  $b = 4$ . Nakresli její obrázek. Urči její excentricitu, souřadnice jejích vrcholů a ohnisek.



$$e = \sqrt{b^2 - a^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

Souřadnice:  $A[2;0]$ ,  $B[-2;0]$ ,  $C[0;4]$ ,  $D[0;-4]$ ,  $E[0;2\sqrt{3}]$ ,  
 $F[0;-2\sqrt{3}]$ .

**Př. 6:** Elipsa se středem v bodě  $S[-1;2]$  má jeden z hlavních vrcholů v bodě  $A[2;2]$  a excentricitu  $e = 2$ . Urči souřadnice všech vrcholů a ohnisek.

Hlavní poloosa  $a = |SA| = 3 \Rightarrow B[-4;2]$ .

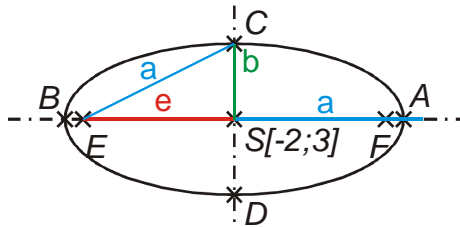
Ohniska:  $E[1;2]$ ,  $F[-3;2]$ .

Vedlejší poloosa  $b^2 = a^2 - e^2 = 3^2 - 2^2 = 5 \Rightarrow b = \sqrt{5}$ .

Vedlejší vrcholy:  $C[-1;2+\sqrt{5}]$ ,  $D[-1;2-\sqrt{5}]$ .

**Př. 7:** Jsou dány body  $E[2;3]$  a  $F[-6;3]$ . Urči vrcholy a ostatní parametry elipsy, pokud body  $E, F$  jsou její ohniska a pro její vedlejší poloosu platí  $b = 2$ .

Střed elipsy je středem úsečky  $EF \Rightarrow S\left[\frac{2+(-6)}{2}; \frac{3+3}{2}\right] = [-2;3]$ .



Výstřednost:  $e = |ES| = 4$ .

Hlavní poloosa:  $a^2 = b^2 + e^2 \Rightarrow a = \sqrt{b^2 + e^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$ .

Hlavní vrcholy (posunuté od středu o  $a$  ve vodorovném směru):  $A[-2+2\sqrt{5};3]$ ,

$B[-2-2\sqrt{5};3]$ .

Vedlejší vrcholy (posunuté od středu o  $b$  ve svislém směru):  $C[-2;5]$ ;  $D[-2;1]$ .