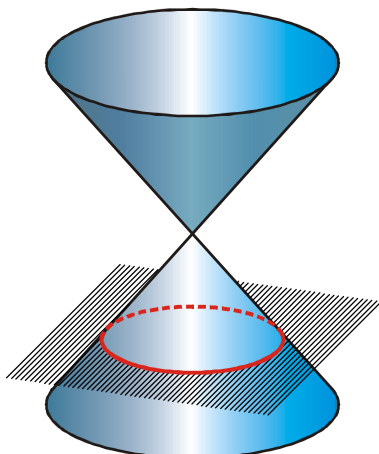


7.5.1 Středová a obecná rovnice kružnice

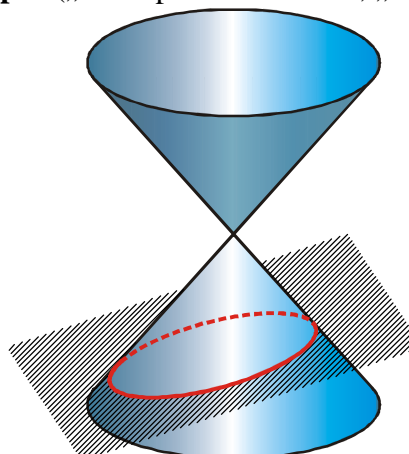
Př. 1: Sepiš všechny kuželosečky, které znáš. Načrtni polohu, ve které sečná rovina seče kuželovou plochu, aby vznikla daná kuželosečka.

Kružnice



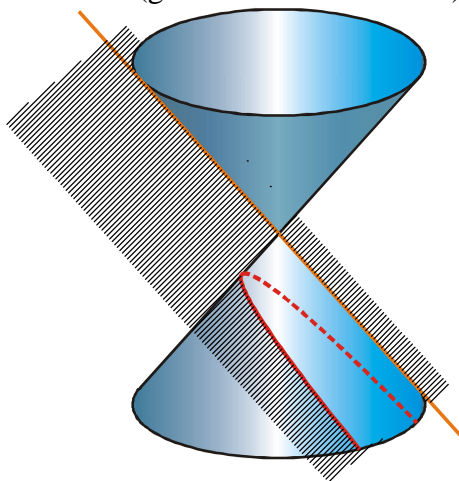
Sečná rovina je kolmá k ose kuželové plochy.

Elipsa („rozšlápnutá kružnice“, „ovál“)



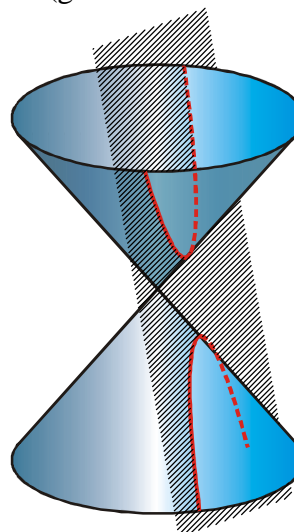
Sečná rovina není kolmá na osu, ale svírá s ní větší úhel než strana kuželové plochy.

Parabola (graf kvadratické funkce)



Sečná rovina je rovnoběžná se stranou kuželové plochy

Hyperbola (graf lineární lomené funkce)



Sečná rovina svírá s osou kuželové plochy menší úhel než strana.

Př. 2: Najdi rovnici kružnice se středem $S[2;3]$ a poloměrem $r = 2$. Body kružnice zapiš jako $X[x; y]$. Příklad řeš dvakrát do dvou sloupců, v levém sloupci pro zadané hodnoty, v pravé obecně pro $S[m;n]$ a r .

$$|XS| = 2 \quad \sqrt{(x-s_x)^2 + (y-s_y)^2} = 2$$

$$\sqrt{(x-2)^2 + (y-3)^2} = 2 \quad /^2$$

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$$

$$|XS| = r \quad \sqrt{(x-s_x)^2 + (y-s_y)^2} = r$$

$$\sqrt{(x-m)^2 + (y-n)^2} = r \quad /^2$$

$$(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2$$

Př. 3: Najdi středový tvar rovnice kružnice $k(S; r)$, pokud platí:

a) $S[4; -1], r = 1$

b) $S[-1; -2], r = -2$

c) $S[-1; 0], r = 0,5$

a) $S[4; -1], r = 1 \Rightarrow (x-4)^2 + (y-[-1])^2 = 1^2 \quad (x-4)^2 + (y+1)^2 = 1$

b) $S[-1; -2], r = -2 \Rightarrow$ Rovnici nejde sestavit, kružnice nemůže mít záporný poloměr.

$$c) S[-1;0], r=0,5 \Rightarrow (x-[-1])^2 + (y-0)^2 = 0,5^2 \quad (x+1)^2 + y^2 = 0,25$$

Př. 4: Urči střed a poloměr kružnice $k(S;r)$, pokud je dána středovou rovnicí:

a) $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 9$

b) $(x+1)^2 + (y-4)^2 = -2$

c) $x^2 + y^2 = \sqrt{3}$

d) $(x+2)^2 - (y-1)^2 = 4$

a) $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 9 \Rightarrow S[2;-3], r = \sqrt{9} = 3$

b) $(x+1)^2 + (y-4)^2 = -2 \Rightarrow$ Nejde o rovnici kružnice, protože $\sqrt{-2}$ nemůže být poloměr.

c) $x^2 + y^2 = \sqrt{3} \Rightarrow S[0;0], r = \sqrt{\sqrt{3}} = \sqrt[4]{3}$

d) $(x+2)^2 - (y-1)^2 = 4 \Rightarrow$ Nejde o rovnici kružnice mezi závorkami není plus.

$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4 \quad x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$ - **obecná rovnice kružnice**

Př. 5: Najdi obecnou rovnici kružnice, která je dána středovou rovnicí

$$(x-m)^2 + (y-n)^2 = r^2.$$

$$x^2 + y^2 - 2mx - 2ny + p = 0$$

Př. 6: Najdi střed a poloměr kružnice dané obecnou rovnicí $x^2 + y^2 + 4x - 8y - 5 = 0$.

$(x+2)^2 + (y-4)^2 = 25 \Rightarrow$ Kružnice má střed v bodě $S[-2;4]$ a poloměr $r = \sqrt{25} = 5$.

Př. 7: Urči středy a poloměry kružnic, které jsou dány následujícími rovnicemi:

a) $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 6 = 0$

b) $x^2 + y^2 - 4x - 4 = 0$

c) $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 20 = 0$

d) $x^2 + y^2 - 3x - 4y = 0$

e) $x^2 - \frac{1}{2}x + y^2 - 8y + 13 = 0$

a) $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 6 = 0 \quad (x-1)^2 + (y+3)^2 = 4 \Rightarrow S[1;-3], r = \sqrt{4} = 2.$

b) $x^2 + y^2 - 4x - 4 = 0 \quad (x-2)^2 + y^2 = 8 \Rightarrow S[2;0], r = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}.$

c) $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 20 = 0 \quad (x-2)^2 + (y-3)^2 = -7 \Rightarrow$ Nejde o rovnici kružnice

d) $x^2 + y^2 - 3x - 4y = 0 \quad \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + (y-2)^2 = \frac{25}{4} \Rightarrow S\left[\frac{3}{2};2\right], r = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}.$

e) $x^2 - \frac{1}{2}x + y^2 - 8y + 13 = 0 \quad \left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + (y-4)^2 = \frac{49}{16} \Rightarrow S\left[\frac{1}{4};4\right], r = \sqrt{\frac{49}{16}} = \frac{7}{4}.$

Př. 8: Rozhodni o pravdivosti následujících vět:

a) Každou kružnici je možné zapsat pomocí obecné rovnice kružnice.

b) Každá rovnice tvaru $x^2 + y^2 - 2mx - 2ny + p = 0$ (všechny koeficienty jsou reálná čísla) je obecnou rovnicí kružnice.

Př. 9: (BONUS): Najdi podmínku, kterou musí splňovat parametry m, n, p , aby rovnice $x^2 + y^2 - 2mx - 2ny + p = 0$ byla obecnou rovnicí kružnice.

$(x-m)^2 + (y-n)^2 = m^2 + n^2 - p \Rightarrow$ musí platit $m^2 + n^2 - p > 0$.

Př. 10: Petáková:

strana 128/cvičení 74 b) d) e) f)