

### 7.3.12 Vzdálenost bodu od přímky I

**Př. 1:** Urči vzdálenost bodu  $P$  od přímky  $p$ . Příklad řeš ve dvou sloupcích, vlevo konkrétně pro bod  $P[-4;2]$  a přímku  $p: 3x - 4y - 5 = 0$ , vpravo obecně pro bod  $P[p_1; p_2]$  a přímku  $p: ax + by + c = 0$ . Přímku kolmou na přímku  $p$  vyjádři parametricky.

1. Najdeme přímku  $q$ , která prochází bodem  $P$  a je kolmá na přímku  $p$
2. Najdeme průsečík  $Q$  přímek  $p$  a  $q$
3. Vzdálenost  $d = |PQ|$  je vzdáleností bodu  $P$  od přímky  $p$

#### Určení přímky $q$ :

normálový vektor přímky  $p$   $n_p = (3; -4)$  je směrovým vektorem kolmice  $q \Rightarrow$

$$q: \begin{cases} x = -4 + 3t \\ y = 2 - 4t \end{cases}$$

#### Průsečík $Q$ přímek $p$ a $q$ :

$$p: 3x - 4y - 5 = 0$$

$$q: \begin{cases} x = -4 + 3t \\ y = 2 - 4t \end{cases}$$

$$3(-4 + 3t) - 4(2 - 4t) - 5 = 0$$

$$t = 1$$

Dosadíme do rovnice přímky  $q$ :

$$x = -4 + 3t = -4 + 3 \cdot 1 = -1$$

$$y = 2 - 4t = 2 - 4 \cdot 1 = -2$$

Průsečíkem je bod  $Q[-1; -2]$ .

#### Vzdálenost bodů $P$ a $Q$

$$\begin{aligned} |PQ| &= \sqrt{(q_1 - p_1)^2 + (q_2 - p_2)^2} = \\ &= \sqrt{(-1 - (-4))^2 + (-2 - 2)^2} = 5 \end{aligned}$$

#### Určení přímky $q$ :

normálový vektor přímky  $p$   $n_p = (a; b)$  je směrovým vektorem kolmice  $q \Rightarrow$

$$q: \begin{cases} x = p_1 + at \\ y = p_2 + bt \end{cases}$$

#### Průsečík $Q$ přímek $p$ a $q$ :

$$p: ax + by + c = 0$$

$$q: \begin{cases} x = p_1 + at \\ y = p_2 + bt \end{cases}$$

$$a(p_1 + at) + b(p_2 + bt) + c = 0$$

$$a^2t + b^2t = -(ap_1 + bp_2 + c)$$

$$t = -\frac{(ap_1 + bp_2 + c)}{a^2 + b^2}$$

Průsečíkem je bod  $Q[p_1 + at; p_2 + bt]$ .

#### Vzdálenost bodů $P$ a $Q$

$$|PQ| = \sqrt{(q_1 - p_1)^2 + (q_2 - p_2)^2} = |t| \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\text{Dosadíme parametr } t = -\frac{(ap_1 + bp_2 + c)}{a^2 + b^2}$$

$$|PQ| = |t| \sqrt{a^2 + b^2} = \frac{|ap_1 + bp_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Vzdálenost bodu  $P[p_1; p_2]$  od přímky  $p: ax + by + c = 0$  je dána vzorcem

$$d = |Pp| = \frac{|ap_1 + bp_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Z jakých částí se vzorec skládá:

- $|ap_1 + bp_2 + c|$  = dosazení bodu do rovnice přímky
- $\sqrt{a^2 + b^2}$  = velikost normálového vektoru

