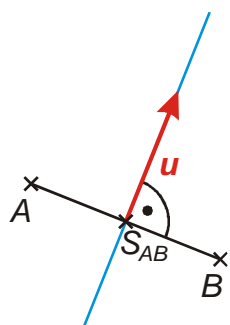


### 7.3.7 Přímková smršť

**Př. 1:** Jsou dány body  $A[1;3]$ ,  $B[-3;5]$ . Najdi parametrické vyjádření osy úsečky  $AB$ .

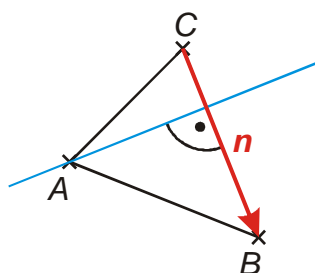


Osa úsečky  $AB$  – přímka kolmá na úsečku  $AB$ , procházející jejím středem.

- směrový vektor kolmý na úsečku  $AB$ :  $B - A = (-4; 2) \Rightarrow \mathbf{u}_{osy} = (1; 2)$
- střed úsečky  $AB$ :  $S_{AB}[-1; 4]$

parametrické vyjádření osy úsečky  $AB$ :  
 $x = -1 + t$   
 $y = 4 + 2t, t \in \mathbb{R}$

**Př. 2:** Je dán trojúhelník  $ABC$ ,  $A[1;3]$ ,  $B[-3;5]$ ,  $C[3;0]$ . Najdi obecnou rovnici přímky, na které leží výška  $v_a$ .



Přímka, na které leží výška  $v_a$ : přímka kolmá na stranu  $BC$  procházející bodem  $A$

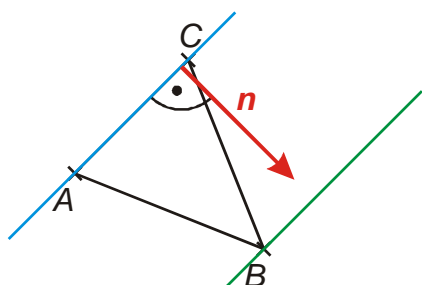
normálový vektor výšky = vektor, kolmý na výšku  $\Rightarrow$  vektor rovnoběžný se stranou  $BC$

$$C - B = (6; -5) = \mathbf{n}_v \Rightarrow \text{rovnice } 6x - 5y + c = 0$$

$$\text{Dosadíme bod } A[1;3]: 6 \cdot 1 - 5 \cdot 3 + c = 0 \Rightarrow c = 9$$

$$\text{Rovnice přímky, na které leží výška } v_a: 6x - 5y + 9 = 0$$

**Př. 3:** Je dán trojúhelník  $ABC$ ,  $A[1;3]$ ,  $B[-3;5]$ ,  $C[3;0]$ . Najdi obecnou rovnici přímky  $AC$ . Nadi obecnou rovnici přímky, která prochází bodem  $B$  a je s přímkou  $AC$  rovnoběžná.



$$\text{Přímka } AC: C - A = (2; -3) \Rightarrow \mathbf{n}_{AC} = (3; 2)$$

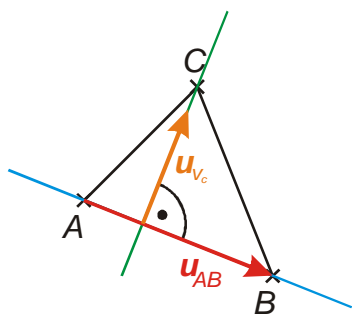
$$\Rightarrow \text{rovnice } 3x + 2y + c = 0$$

$$\text{Dosadíme bod } A[1;3]: 3 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + c = 0 \Rightarrow c = -9$$

$$\text{Rovnice přímky } AC: 3x + 2y - 9 = 0$$

$$\text{rovnoběžka s přímkou } AC \text{ bodem } B: 3x + 2y - 1 = 0$$

**Př. 4:** Je dán trojúhelník  $ABC$ ,  $A[1;3]$ ,  $B[-3;5]$ ,  $C[2;0]$ . Najdi parametrická vyjádření přímky  $AB$  a přímky, na které leží výška  $v_c$ . Urči souřadnice paty výšky  $v_c$ .



$$\text{Přímka } AB: B - A = (-4; 2) \Rightarrow \mathbf{u}_{AB} = (-2; 1)$$

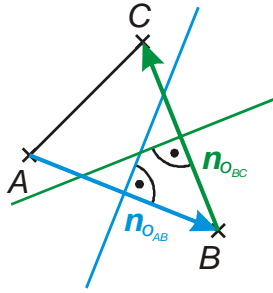
$$\text{použijeme bod } A[1;3] \Rightarrow AB: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 + t; t \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\text{Přímka, na které leží } v_c \text{ je kolmá na } AB: \Rightarrow \mathbf{u}_{v_c} = (1; 2)$$

$$\text{použijeme bod } C[2;0] \Rightarrow v_c: \begin{cases} x = 2 + s \\ y = 2s; s \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$s = 1 \Rightarrow C_0[3; 2]$$

**Př. 5:** Je dán trojúhelník  $ABC$ ,  $A[1;3]$ ,  $B[-3;5]$ ,  $C[3;1]$ . Najdi obecné rovnice os dvou stran a jejich průsečík (střed kružnice opsané).



Osa strany  $AB$ :  $B - A = (-4; 2) \Rightarrow n_{osa AB} = (-2; 1)$

Dosadíme bod  $S_{AB}[-1; 4]$ :  $-2 \cdot (-1) + 4 + c = 0 \Rightarrow c = -6$

Osa strany  $AB$ :  $-2x + y - 6 = 0$

Osa strany  $BC$ :  $C - B = (6; -4) \Rightarrow n_{osa BC} = (3; -2)$

Dosadíme bod  $S_{BC}[0; 3]$ :  $3 \cdot 0 - 2 \cdot 3 + c = 0 \Rightarrow c = 6$

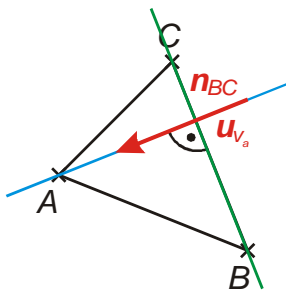
Osa strany  $BC$ :  $3x - 2y + 6 = 0$

$$-x - 6 = 0 \Rightarrow x = -6$$

$$-2(-6) + y - 6 = 0 \Rightarrow y = -6$$

$$S[-6; -6].$$

**Př. 6:** Je dán trojúhelník  $ABC$ ,  $A[1;3]$ ,  $B[-3;5]$ ,  $C[0;-4]$ . Najdi obecnou rovnici přímky  $BC$  a parametrické vyjádření přímky, na které leží výška  $v_a$ . Najdi průsečík obou přímek (patu výšky  $v_a$ ).



Přímka  $BC$ :  $C - B = (3; -9) \Rightarrow n_{BC} = (3; 1)$

Dosadíme bod  $C[0; -4]$ :  $3 \cdot 0 + (-4) + c = 0 \Rightarrow c = 4$

Přímka  $BC$ :  $3x + y + 4 = 0$

Přímka, na které leží  $v_a$ : je kolmá na přímku  $BC \Rightarrow$  její směrový vektor je rovnoběžný s normálovým vektorem přímky  $BC$ :

$u_{v_a} = n_{BC} = (3; 1)$ , prochází bodem  $A[1; 3]$

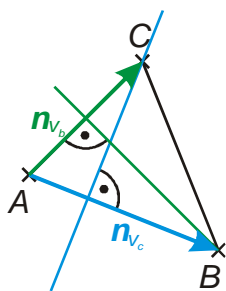
přímka, na které leží  $v_a$ : 
$$\begin{aligned} x &= 1 + 3t \\ y &= 3 + t, t \in R \end{aligned} \quad 3(1 + 3t) + (3 + t) + 4 = 0$$

$$3 + 9t + 3 + t + 4 = 0$$

$$10t = -10 \Rightarrow t = -1$$

$$\text{Pata výšky } v_a \text{ } A_0[-2; 2].$$

**Př. 7:** Je dán trojúhelník  $ABC$ ,  $A[3;1]$ ,  $B[-6;4]$ ,  $C[-2;-4]$ . Najdi obecné rovnice přímek, na kterých leží výšky  $v_b$  a  $v_c$ . Urči jejich průsečík (ortocentrum trojúhelníku). Ověř, že tímto bodem prochází i přímka, na které leží výška  $v_a$ .



$v_c$ : Přímka je kolmá na stranu  $AB$ :  $B - A = (-9; 3) \Rightarrow n_{v_c} = (-3; 1)$

Dosadíme bod  $C[-2; -4]$ :  $-3 \cdot (-2) + (-4) + c = 0 \Rightarrow c = -2$

Přímka, na které leží výška  $v_c$ :  $-3x + y - 2 = 0$

$v_b$ : Přímka je kolmá na stranu  $AC$ :  $C - A = (-5; -5) \Rightarrow n_{v_b} = (1; 1)$

Dosadíme bod  $B[-6; 4]$ :  $(-6) + 4 + c = 0 \Rightarrow c = 2$

Přímka, na které leží výška  $v_b$ :  $x + y + 2 = 0$

$$-3x + y - 2 = 0$$

$$x + y + 2 = 0$$

$$-4x - 4 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$-1 + y + 2 = 0 \Rightarrow y = -1 \text{ } O[-1; -1].$$

Přímka, na které leží výška  $v_a$ :  $3x - 2y - 1 = 0$

**Př. 8:** Je dán trojúhelník  $ABC$ ,  $A[1;3]$ ,  $B[-3;5]$ ,  $C[3;1]$ . Najdi obecnou rovnici střední příčky  $S_{AC}S_{BC}$ . Ověř, že je rovnoběžná se stranou  $AB$ .

Obecná rovnice přímky  $S_{AC}S_{BC}$ :  $S_{BC} - S_{AC} = [0; 3] - [2; 2] = (-2; 1) \Rightarrow n = (1; 2)$

Dosadíme bod  $S_{BC}[0; 3]$ :  $0 + 2 \cdot 3 + c = 0 \Rightarrow c = -6$  Rovnice:  $x + 2y - 6 = 0$ .

Směrový vektor přímky  $(-2; 1)$  je násobek vektoru  $B - A = (-4; 2)$