

### 7.3.6 Obecná rovnice přímky II

**Př. 1:** Urči, které z následujících rovnic určují stejnou přímku:

a)  $2x - y + 3 = 0$                       b)  $2x - 3y + 3 = 0$                       c)  $4x + 6y + 6 = 0$   
 d)  $-x + \frac{3}{2}y - \frac{3}{2} = 0$                       e)  $4x - 6y + 3 = 0$

a)  $2x - y + 3 = 0 \Rightarrow x - \frac{y}{2} + \frac{3}{2} = 0$                       b)  $2x - 3y + 3 = 0 \Rightarrow x - \frac{3}{2}y + \frac{3}{2} = 0$   
 c)  $4x + 6y + 6 = 0 \Rightarrow x + \frac{3}{2}y + \frac{3}{2} = 0$                       d)  $-x + \frac{3}{2}y - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow x - \frac{3}{2}y + \frac{3}{2} = 0$   
 e)  $4x - 6y + 3 = 0 \Rightarrow x - \frac{3}{2}y + \frac{3}{4} = 0$                       Stejnou přímku určují rovnice b) a d).

**Př. 2:** Rozhodni, jak můžeme u přímek zapsaných pomocí obecné rovnice rozhodnout o jejich rovnoběžnosti. Které z přímek uvedených v předchozím příkladu jsou rovnoběžné s přímkou  $2x - 3y + 3 = 0$ ?

Při hledání rovnoběžných přímek se zabýváme pouze koeficienty  $a, b \Rightarrow$  s přímkou  $2x - 3y + 3 = 0$  jsou z přímek zadaných v příkladu 4 rovnoběžné přímky  $-x + \frac{3}{2}y - \frac{3}{2} = 0$  (ta je s ní totožná) a  $4x - 6y + 3 = 0$ .

**Př. 3:** Najdi obecnou rovnici přímky, která je rovnoběžná s přímkou  $2x - 3y + 1 = 0$  a prochází bodem  $K[-2; 3]$ .

$$2x - 3y + c = 0$$

Dosadíme bod  $K[-2; 3]$ :  $2x - 3y + c = 2(-2) - 3 \cdot 3 + c = 0 \Rightarrow c = 13$

**Př. 4:** Najdi obecnou rovnici přímky, která je kolmá na přímkou  $2x - 3y + 1 = 0$  a prochází bodem  $K[-2; 3]$ .

$$n = (3; 2) \Rightarrow 3x + 2y + c = 0 \text{ dosadíme bod } K[-2; 3]: 3(-2) + 2 \cdot 3 + c = 0 \Rightarrow c = 0$$

**Př. 5:** Urči vzájemnou polohu přímek  $p: 3x + 2y + 1 = 0$  a  $q: x - 3y + 4 = 0$ . Pokud jsou přímky různoběžné, urči jejich průsečík.

$$\begin{array}{r} n_p = (3; 2) \quad n_q = (1; -3) \\ 3x + 2y + 1 = 0 \\ x - 3y + 4 = 0 \\ \hline 3x + 2y + 1 = 0 \\ \underline{[1] - 3[2]} \quad 11y - 11 = 0 \end{array}$$

$$y = 1 \quad \text{dopocítáme } x: x - 3y + 4 = x - 3 \cdot 1 + 4 = 0 \quad x = -1 \quad P[-1; 1].$$

**Př. 6:** Najdi společné body přímek  $p = \{[2-3t; 1+2t], t \in R\}$  a  $r: 2x+3y-7=0$ . Podle počtu nalezených bodů rozhodni o jejich vzájemné poloze:

přímka  $p$ : 
$$\begin{aligned} x &= 2-3t \\ y &= 1+2t, t \in R \end{aligned}$$

přímka  $r$ :  $2x+3y-7=0$

$$2(2-3t)+3(1+2t)-7=0$$

$$4-6t+3+6t-7=0$$

$0=0 \Rightarrow$  přímky mají nekonečně mnoho společných bodů  $\Rightarrow$  přímky  $p$  a  $r$  jsou rovnoběžné

**Pedagogická poznámka:** Následující příklad vyžaduje pouze orientaci ve směrových a normálových vektorech. Snažím se (i přeskočením některých předchozích příkladů), aby si ozkoušeli všichni. Studenti většinou pro přímku nepoužijí rovnou vektor  $u$ , ale vektor na něj kolmý. Říkám jim nejdříve jenom to, aby si ujasnili, co který z jejich vektorů znamená, případně si nakreslili obrázek. Při vysvětlování před třídou ho na tabuli kreslím také.

**Př. 7:** Je dána přímka  $p(A; u)$ ;  $A[1; -2]$ ,  $u = (-1; 2)$ . Najdi obecnou rovnici přímky  $r$ , která je na přímce  $p$  kolmá a prochází bodem  $A$ .

Hledaná přímka je kolmá na přímce  $p \Rightarrow$  normálový vektor přímky  $r$  se rovná směrovému vektoru přímky  $p$ :  $n_r = u_p = (-1; 2) \Rightarrow -x+2y+c=0$

Dosadíme bod  $A[1; -2]$ :  $-1+2(-2)+c=0 \Rightarrow c=5$

Přímka  $r$  má obecnou rovnici  $-x+2y+5=0$

**Př. 8:** Najdi parametrické vyjádření přímky  $p: 3x-4y+5=0$ .

Pro parametrické vyjádření potřebujeme:

- směrový vektor: je kolmý na normálový  $n_p = (3; -4) \Rightarrow s_p = (4; 3)$
- jeden bod přímky: zvolíme si jednu souřadnici, druhou spočítáme (například  $x=1 \Rightarrow 3x-4y+5=3 \cdot 1-4y+5=0 \Rightarrow y=2 \Rightarrow A[1; 2]$ )

Parametrické vyjádření přímky  $p$ : 
$$\begin{aligned} x &= 1+4t \\ y &= 2+3t, t \in R \end{aligned}$$

**Dodatek:** Je možné postupovat i jinak:

vypočítat z obecné rovnice dva body a sestavit parametrické vyjádření s jejich pomocí

jednu proměnou vyjádřit pomocí parametru (1. rovnice  $x=t$ ) a tímto vyjádřením

ji nahradit v obecné rovnici (2. rovnice  $3t-4y+5=0 \Rightarrow y = \frac{5}{4} + \frac{3}{4}t$ )

Vyjádření, která získáme, budou obecně různá.

**Př. 9:** Petáková:

strana 105/cvičení 5

strana 105/cvičení 10

strana 106/cvičení 13 a)