7.3.6 Obecná rovnice přímky II

Př. 1: Urči, které z následujících rovnic určují stejnou přímku:

a) $2x - y + 3 = 0$ b) $2x - 3y + 3 = 0$ c) $4x + 6y + 6 = 0$

d) $-x + \frac{3}{2}y - \frac{3}{2} = 0$ e) $4x - 6y + 3 = 0$

a) $2x - y + 3 = 0 \Rightarrow x - \frac{y}{2} + \frac{3}{2} = 0$ b) $2x - 3y + 3 = 0 \Rightarrow x - \frac{3}{2}y + \frac{3}{2} = 0$

c) $4x + 6y + 6 = 0 \Rightarrow x + \frac{3}{2}y + \frac{3}{2} = 0$ d) $-x + \frac{3}{2}y - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow x - \frac{3}{2}y + \frac{3}{2} = 0$

e) $4x - 6y + 3 = 0 \Rightarrow x - \frac{3}{2}y + \frac{3}{4} = 0$ Stejnou přímku určují rovnice b) a d).

Př. 2: Rozhodni, jak můžeme u přímek zapsaných pomocí obecné rovnice rozhodnout o jejich rovnoběžnosti. Které z přímek uvedených v předchozím příkladu jsou rovnoběžné s přímkou $2x - 3y + 3 = 0$?

Při hledání rovnoběžných přímek se zabýváme pouze koeficienty *a*, *b* $\Rightarrow$ s přímkou $2x - 3y + 3 = 0$ jsou z přímek zadaných v příkladu 4 rovnoběžné přímky $-x + \frac{3}{2}y - \frac{3}{2} = 0$ (ta je s ní totožná) a $4x - 6y + 3 = 0$.

Př. 3: Najdi obecnou rovnici přímky, která je rovnoběžná s přímkou $2x - 3y + 1 = 0$ a prochází bodem $K[-2;3]$.

$2x - 3y + c = 0$

Dosadíme bod $K[-2;3]$: $2x - 3y + c = 2(-2) - 3 \cdot 3 + c = 0 \Rightarrow c = 13$

Př. 4: Najdi obecnou rovnici přímky, která je kolmá na přímku $2x - 3y + 1 = 0$ a prochází bodem $K[-2;3]$.

$\boldsymbol{n} = (3;2) \Rightarrow 3x + 2y + c = 0$ dosadíme bod $K[-2;3]$: $3(-2) + 2 \cdot 3 + c = 0 \Rightarrow c = 0$

Př. 5: Urči vzájemnou polohu přímek $p: 3x + 2y + 1 = 0$ a $q: x - 3y + 4 = 0$. Pokud jsou přímky různoběžné, urči jejich průsečík.

$\boldsymbol{n}_p = (3;2)$ $\boldsymbol{n}_q = (1;-3)$

$$3x + 2y + 1 = 0$$
$$x - 3y + 4 = 0$$

$$3x + 2y + 1 = 0$$
$$[\![1]\!] - 3[\![2]\!] \qquad 11y - 11 = 0$$

$y = 1$ dopočítáme *x*: $x - 3y + 4 = x - 3 \cdot 1 + 4 = 0$ $x = -1$ $P[-1;1]$.

Př. 6: Najdi společné body přímek $p = \{[2-3t; 1+2t], t \in R\}$ a $r: 2x+3y-7=0$. Podle počtu nalezených bodů rozhodni o jejich vzájemné poloze:

přímka *p*: $\begin{aligned} x &= 2-3t \\ y &= 1+2t, t \in R \end{aligned}$

přímka *r*: $2x+3y-7=0$

$2(2-3t)+3(1+2t)-7=0$

$4-6t+3+6t-7=0$

$0=0 \Rightarrow$ přímky mají nekonečně mnoho společných bodů $\Rightarrow$ přímky *p* a *r* jsou rovnoběžné

Pedagogická poznámka: Následující příklad vyžaduje pouze orientaci ve směrových a normálových vektorech. Snažím se (i přeskočením některých předchozích příkladů), aby si ozkoušeli všichni. Studenti většinou pro přímku nepoužijí rovnou vektor $\boldsymbol{u}$, ale vektor na něj kolmý. Říkám jim nejdříve jenom to, aby si ujasnili, co který z jejich vektorů znamená, případně si nakreslili obrázek. Při vysvětlování před třídou ho na tabuli kreslím také.

Př. 7: Je dána přímka $p(A;\boldsymbol{u})$; $A[1;-2]$, $\boldsymbol{u}=(-1;2)$. Najdi obecnou rovnici přímky *r*, která je na přímku *p* kolmá a prochází bodem *A*.

Hledaná přímka je kolmá na přímku *p* $\Rightarrow$ normálový vektor přímky *r* se rovná směrovému vektoru přímky *p*: $\boldsymbol{n}_r = \boldsymbol{u}_p = (-1;2) \Rightarrow -x+2y+c=0$

Dosadíme bod $A[1;-2]$: $-1+2(-2)+c=0 \Rightarrow c=5$

Přímka *r* má obecnou rovnici $-x+2y+5=0$

Př. 8: Najdi parametrické vyjádření přímky $p: 3x-4y+5=0$.

Pro parametrické vyjádření potřebujeme:

- směrový vektor: je kolmý na normálový $\boldsymbol{n}_p = (3;-4) \Rightarrow \boldsymbol{s}_p = (4;3)$
- jeden bod přímky: zvolíme si jednu souřadnici, druhou spočítáme (například $x=1 \Rightarrow$ $3x-4y+5=3\cdot 1-4y+5=0 \Rightarrow y=2 \Rightarrow A[1;2]$

Parametrické vyjádření přímky *p*: $\begin{aligned} x &= 1+4t \\ y &= 2+3t, t \in R \end{aligned}$

Dodatek: Je možné postupovat i jinak:
vypočítat z obecné rovnice dva body a sestavit parametrické vyjádření s jejich pomocí
jednu proměnou vyjádřit pomocí parametru (1. rovnice $x=t$) a tímto vyjádřením ji nahradit v obecné rovnici (2. rovnice $3t-4y+5=0 \Rightarrow y=\frac{5}{4}+\frac{3}{4}t$)
Vyjádření, která získáme, budou obecně různá.

Př. 9: Petáková:
strana 105/cvičení 5
strana 105/cvičení 10
strana 106/cvičení 13 a)