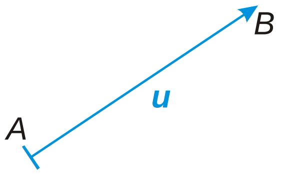
7.2.4 Násobení vektoru číslem

Př. 1: Je dán vektor $\boldsymbol{u} = B - A$. Sestroj graficky vektory:

a) $2\boldsymbol{u} = C - A$ b) $-\frac{1}{2}\boldsymbol{u} = D - A$



Př. 2: Je dán vektor $\boldsymbol{u} = (1;2;-3)$. Urči souřadnice vektorů:

a) $2\boldsymbol{u}$ b) $-3\boldsymbol{u}$ c) $\sqrt{2}\cdot\boldsymbol{u}$

a) $2\boldsymbol{u} = 2(1;2;-3) = (2\cdot 1;2\cdot 2;2\cdot[-3]) = (2;4;-6)$

b) $-3\boldsymbol{u} = -3(1;2;-3) = (-3\cdot 1;-3\cdot 2;-3\cdot[-3]) = (-3;-6;9)$

c) $\sqrt{2}\cdot\boldsymbol{u} = \sqrt{2}(1;2;-3) = (\sqrt{2}\cdot 1;\sqrt{2}\cdot 2;\sqrt{2}\cdot[-3]) = (\sqrt{2};2\sqrt{2};-3\sqrt{2})$

Př. 3: Doplň větu s pravidly:
Pro každé dva vektory $\boldsymbol{u}$ a $\boldsymbol{v}$ a každá dvě čísla k, l platí:

a) $0\cdot\boldsymbol{u} =$ b) $(-1)\cdot\boldsymbol{u} =$ c) $k(l\boldsymbol{u}) =$

d) $k(\boldsymbol{u}+\boldsymbol{v}) =$ e) $(k+l)\boldsymbol{u} =$

a) $0\cdot\boldsymbol{u} = \boldsymbol{o}$ b) $(-1)\cdot\boldsymbol{u} = -\boldsymbol{u}$ c) $k(l\boldsymbol{u}) = (kl)\boldsymbol{u}$

d) $k(\boldsymbol{u}+\boldsymbol{v}) = k\boldsymbol{u}+k\boldsymbol{v}$ e) $(k+l)\boldsymbol{u} = k\boldsymbol{u}+l\boldsymbol{u}$

Př. 4: Jsou dány vektory $\boldsymbol{u} = (1;-3;1)$ a $\boldsymbol{v} = (2;2;-1)$. Urči vektor $\boldsymbol{w} = 2\boldsymbol{u} - 3\boldsymbol{v}$.

$\boldsymbol{w} = 2\boldsymbol{u} - 3\boldsymbol{v} = 2(1;-3;1) - 3(2;2;-1) = ([2\cdot 1 - 3\cdot 2];[2\cdot(-3) - 3\cdot 2];[2\cdot 1 - 3\cdot(-1)]) =$

$= (-4;-12;5)$

Př. 5: V příkladu 4 byl hledaný vektor $\boldsymbol{w}$ jako lineární kombinace vektorů $\boldsymbol{u}$ a $\boldsymbol{v}$ určen vztahem $\boldsymbol{w} = 2\boldsymbol{u} - 3\boldsymbol{v}$. Urči koeficienty této lineární kombinace a číslo n.

$\boldsymbol{w} = 2\boldsymbol{u} - 3\boldsymbol{v}$ $\Rightarrow$ vektor $\boldsymbol{w}$ je lineární kombinací dvou vektorů $\Rightarrow$ $n = 2$

srovnáme vztahy: $\begin{matrix}\boldsymbol{w} = 2\boldsymbol{u} - 3\boldsymbol{v} \\ \boldsymbol{v} = a_1\boldsymbol{u}_1 + a_2\boldsymbol{u}_2\end{matrix}$ $\Rightarrow$ $a_1 = 2$, $a_2 = -3$

Př. 6: Jsou dány vektory $\boldsymbol{a} = (-1;2;4)$ a $\boldsymbol{b} = (2;1;1)$. Rozhodni zda vektory:

a) $\boldsymbol{u} = (-5;5;11)$ b) $\boldsymbol{v} = (1;3;3)$

jsou lineární kombinací vektorů $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$. Pokud ano, urči koeficienty této lineární kombinace.

a) $\boldsymbol{u} = (-5;5;11)$

pokud je vektor $\boldsymbol{u}$ lineární kombinací vektorů $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ musí platit:

Dosadíme souřadnice: $\begin{matrix}-5 = k(-1) + l\cdot 2 \\ 5 = k\cdot 2 + l\cdot 1 \\ 11 = k\cdot 4 + l\cdot 1\end{matrix}$

$11 - 5 = 4k - 2k + l - l$ $6 = 2k \Rightarrow k = 3$

Z druhé rovnice dopočítáme l: $5 = 3\cdot 2 + l \Rightarrow l = -1$

$-5 = 3(-1) + (-1) \cdot 2 = -5$

Soustava má řešení $\Rightarrow$ vektor $\boldsymbol{u}$ je lineární kombinací vektorů $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$: $\boldsymbol{u} = 3\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}$

b) $\boldsymbol{v} = (1;3;3)$

pokud je vektor $\boldsymbol{v}$ lineární kombinací vektorů $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ musí platit:

$\boldsymbol{v} = k\boldsymbol{a} + l\boldsymbol{b}$

$$1 = k(-1) + l \cdot 2$$

Dosadíme souřadnice: $3 = k \cdot 2 + l \cdot 1$

$$3 = k \cdot 4 + l \cdot 1$$

$3 - 3 = 4k - 2k + l - l$ $\quad$ $0 = 2k \Rightarrow k = 0$

Z druhé rovnice dopočítáme l: $3 = 0 \cdot 2 + l \Rightarrow l = 3$

$1 = 0(-1) + 3 \cdot 2 = 6$ - rovnost neplatí $\Rightarrow$ soustava nemá řešení $\Rightarrow$ vektor $\boldsymbol{v}$ není lineární kombinací vektorů $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$.

Co získáme, když budeme dělat lineární kombinace z jednoho vektoru $\boldsymbol{u}$?

Dva vektory leží na stejné přímce (jsou rovnoběžné), právě když je jeden násobkem druhého.

Př. 7: Najdi vektor $\boldsymbol{v}$, který je rovnoběžný s vektorem $\boldsymbol{u} = (3;4)$ a jehož velikost je 1.

1. Sestavení podmínek pro souřadnice vektoru $\boldsymbol{v} = (v_1; v_2)$

v souřadnicích: $v_1 = ku_1$, $v_2 = ku_2$

podmínka: velikost $\boldsymbol{v}$ je 1 $\Rightarrow$ $|\boldsymbol{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = 1$.

2. Využití velikosti vektoru $\boldsymbol{u}$.

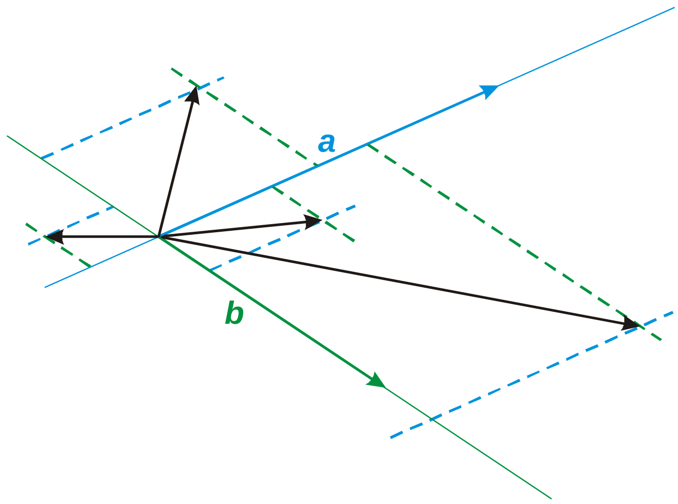
Spočítáme velikost vektoru $\boldsymbol{u}$: $|\boldsymbol{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

platí: $\boldsymbol{v} = k \cdot \boldsymbol{u}$, kde $k \in \left\{-\frac{1}{5}; \frac{1}{5}\right\}$

$\boldsymbol{v}_1 = -\frac{1}{5}\boldsymbol{u} = -\frac{1}{5}(3;4) = \left(-\frac{3}{5}; -\frac{4}{5}\right)$ $\quad$ $\boldsymbol{v}_2 = \frac{1}{5}\boldsymbol{u} = \frac{1}{5}(3;4) = \left(\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right)$

Př. 8: Najdi vektor $\boldsymbol{w}$, který je rovnoběžný s vektorem $\boldsymbol{u} = (3;4)$ a jehož velikost je 10.

$\boldsymbol{w} = 2\boldsymbol{u} = 2(3;4) = (6;8)$



Př. 9: Petáková:
strana 99/cvičení 5
strana 100/cvičení 8
strana 100/cvičení 9
strana 100/cvičení 10