5.2.11 Vzdálenost roviny a přímky

Předpoklady: 5210

Př. 1: Rozhodni, kdy má smysl uvažovat o vzdálenosti přímky od roviny a navrhni definici této vzdálenosti.

Uvažovat o této vzdálenosti můžeme pouze v případě, že přímka je s rovinou rovnoběžná. Ve všech ostatních případech se přímka s rovinou protíná.

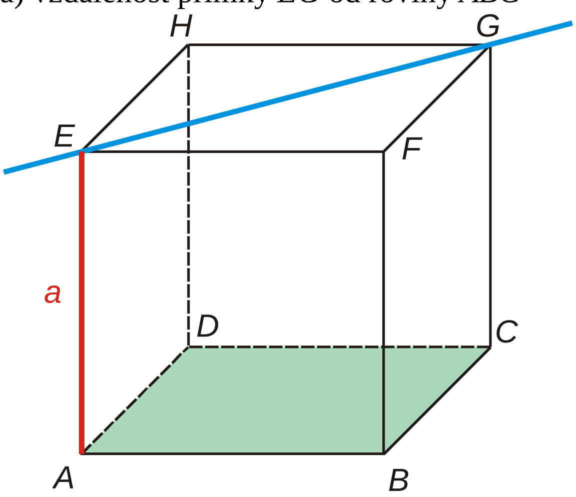
Za vzdálenost přímky od roviny s ní rovnoběžné považujeme vzdálenost libovolného bodu přímky od této roviny.

Př. 2: Je dána standardní krychle *ABCDEFGH*, $|AB| = a = 4\,\text{cm}$. Urči vzdálenost:

a) přímky *EG* od roviny *ABC*

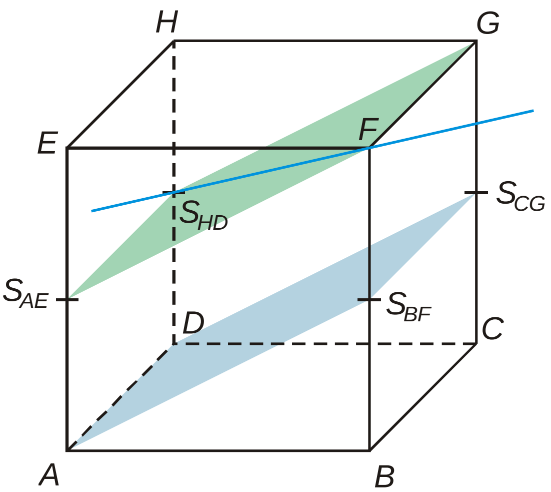
b) přímky $S_{HD}F$ od roviny ADS_{BF}

a) vzdálenost přímky *EG* od roviny *ABC*



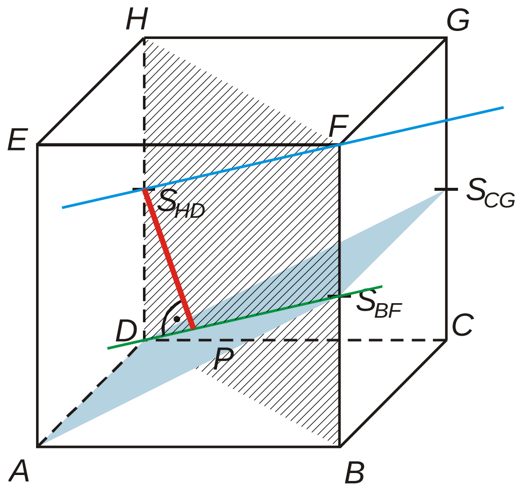
Přímka *EG* je rovnoběžná s rovinou *ABC*. Zvolíme na přímce *EG* libovolný bod například bod *E*. Jeho kolmým průmětem do roviny *ABC* je bod *A*.
Vzdálenost přímky *EG* od roviny *ABC* je tedy rovna délce hrany *EA*, která je dlouhá 4 cm.

b) vzdálenost přímky $S_{HD}F$ od roviny ADS_{BF}

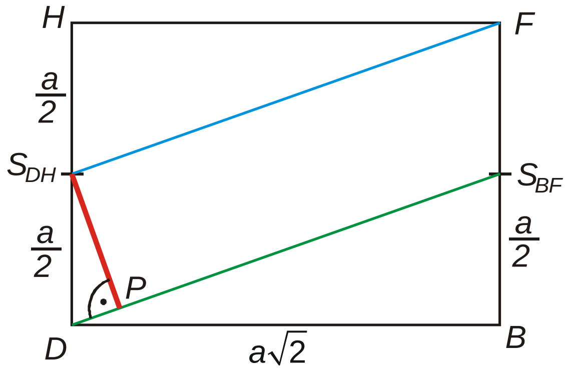


Přímka $S_{HD}F$ je rovnoběžná s rovinou ADS_{BF} (leží v rovině FGS_{HD}, která je s rovinou ADS_{BF} rovnoběžná) $\Rightarrow$ můžeme na ní zvolit libovolný bod a pomocí jeho kolmého průmětu do roviny ADS_{BF} určit vzdálenost přímky od roviny.

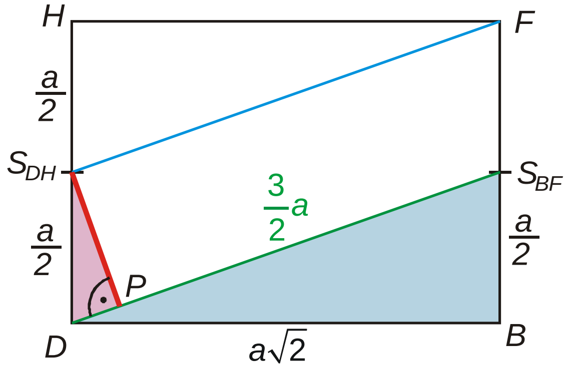
Kolmým průmětem přímky $S_{HD}F$ do roviny ADS_{BF} je přímka DS_{BF}. Obě tyto přímky leží v rovině BDH (rovina kolmá k rovině ADS_{BF}). Na přímce $S_{HD}F$ si můžeme zvolit libovolný bod a určit v rovině BDH jeho průmět do roviny ADS_{BF}. Zvolíme například bod S_{HD}.



Nakreslíme si obdélník $BDHF$:



Doplníme vzdálenost do obrázku.



Musíme určit délku úsečky DS_{BF}, například z trojúhelníku DBS_{BF}.

$$|DS_{BF}|^2 = |BD|^2 + |BS_{BF}|^2 = \left(a\sqrt{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$|DS_{BF}|^2 = 2a^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{9}{4}a^2$$

$$|DS_{BF}|^2 = \frac{3}{2}a$$

Můžeme využít podobnosti trojúhelníků DPS_{DH} a $S_{BF}BD$.

$$\frac{|S_{DH}P|}{|S_{DH}D|} = \frac{|DB|}{|DS_{BF}|} \Rightarrow |S_{DH}P| = |S_{DH}D|\frac{|DB|}{|DS_{BF}|}$$

$$|S_{DH}P| = |S_{DH}D|\frac{|DB|}{|DS_{BF}|} = \frac{a}{2}\frac{a\sqrt{2}}{\frac{3}{2}a}$$

$$|S_{DH}P| = \frac{a}{2}\frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{a\sqrt{2}}{3}$$

Dosadíme: $|S_{DH}P| = a\frac{\sqrt{2}}{3} = 4\cdot\frac{\sqrt{2}}{3}\,\text{cm} = 1{,}89\,\text{cm}$

Př. 3: Petáková:
strana 93/cvičení 28 b)

Shrnutí: