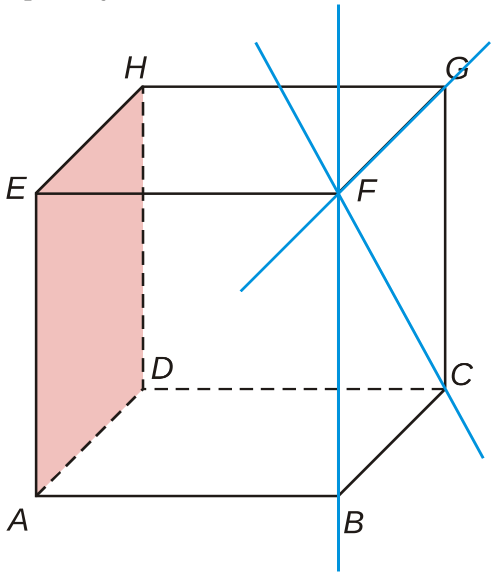
5.1.7 Vzájemná poloha přímky a roviny

Předpoklady: 5106

Př. 1: Kolik společných bodů můžem mít přímka s rovinou? Jaká je v každém takovém případě jejich vzájemná poloha? Demonstruj ve standardní krychli *ABCDEFGH* na rovině *ABC* a přímkách určených jejími vrcholy.

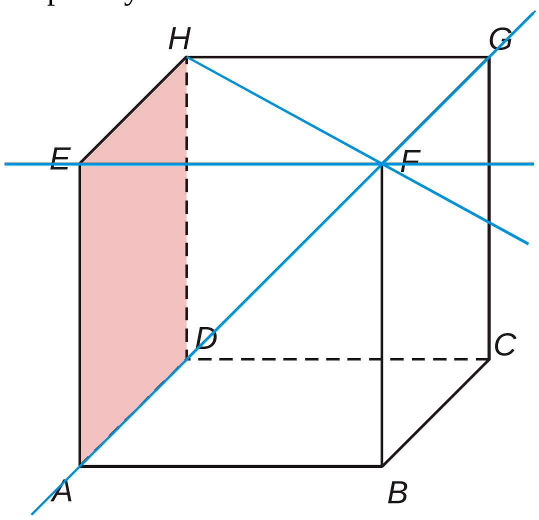
Př. 2: Je dána standardní krychle *ABCDEFGH*. Urči všechny přímky určené vrcholy krychle a procházející bodem *F*, které jsou:
a) rovnoběžné s rovinou *ADE* b) různoběžné s rovinou *ADE*

přímky rovnoběžné s rovinou *ADE*



jde o přímky *FB*, *FC*, *FG*

přímky různoběžné s rovinou *ADE*



jde o přímky *FA*, *FD*, *FE*, *FH*

Př. 3: Je dána standardní krychle *ABCDEFGH*. Urči všechny roviny, které jsou určeny vrcholy krychle , prochází bodem *G* a jsou:
a) rovnoběžné s přímkou *AC* b) různoběžné s přímkou *AC*

roviny rovnoběžné s přímkou *AC*

jde o jedinou rovinu *EFG* (může být určena i jinak)

roviny různoběžné s přímkou *AC*

jde o roviny bočních stěn *FGC*, *HGC* a roviny *HGB*, *GFD*

Jak poznáme, že je přímka rovnoběžná s rovinou?
Máme přímku *p* rovnoběžnou s rovinou ρ. „Spojíme" přímku s rovinou pomocí další roviny σ_1, která je s ρ různoběžná $\Rightarrow$ vznikne průsečnice p_1. Jaká je vzájemná poloha *p* a p_1?
p_1 musí být rovnoběžná s *p*. Proč?
Kdyby *p* a p_1 nebyly rovnoběžné, existoval by jejich průsečík *P* (*p* i p_1 leží v rovině σ_1 a nemohou tedy být mimoběžné) $\Rightarrow$ Průsečík *p* a p_1 by ležel v rovině σ_1 i v rovině ρ (p_1 leží v obou rovinách) $\Rightarrow$ to nemůže nastat, protože průsečík *P* by ležel také na přímce *p* , která je s ρ rovnoběžná a tedy s ní nemůže mít žádné společné body.

Pokud budeme měnit roviny σ_i, vzniknou průsečnice p_i. Všechny přímky p_i jsou navzájem rovnoběžné (tranzitivnost rovnoběžnosti) $\Rightarrow$
Kritérium rovnoběžnosti přímky a roviny:
Přímka p je rovnoběžná s rovinou ρ, jestliže v rovině ρ leží alespoň jedna přímka p', která je s přímkou p rovnoběžná.

Př. 4: Doplň věty:
a) Je-li $p \parallel q$ a $q \parallel \rho$, pak …
b) Je-li $p \parallel q$ a $p \parallel \rho$, pak …
c) Je-li $p \parallel q$ a q není rovnoběžná s ρ, pak …

Př. 5: Je dána standardní krychle *ABCDEFGH*. Urči vzájemnou polohu:
a) přímky $S_{EG}S_{BG}$ a roviny *ABC*
b) přímky $S_{AC}S_{BG}$ a roviny *CDG*
c) přímky $S_{BG}S_{AH}$ a roviny *CDE*
d) přímky $S_{EG}S_{BG}$ a roviny *BCE*
e) přímky $S_{EG}S_{BF}$ a roviny *ABG*

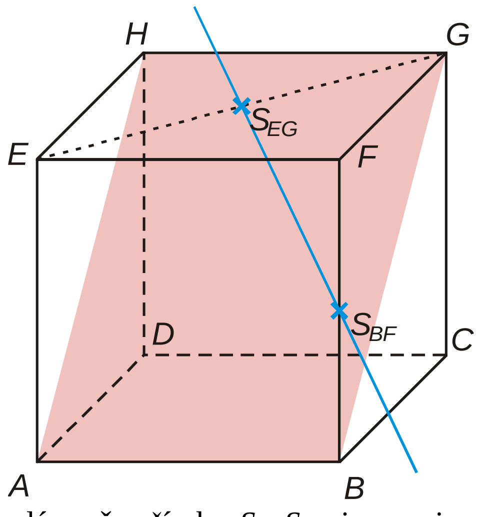
a) přímka $S_{EG}S_{BG}$ a rovina *ABC*
přímka $S_{EG}S_{BG}$ je různoběžná s rovinou *ABC* (rovina *ABC* je vodorovná, přímka $S_{EG}S_{BG}$ ne)

b) přímky $S_{AC}S_{BG}$ a roviny *CDG*
přímka $S_{AC}S_{BG}$ je rovnoběžná s přímkou $S_{CD}S_{CG}$, která leží v rovině *CDG* $\Rightarrow$ přímka $S_{AC}S_{BG}$ je rovnoběžná s rovinou *CDG*

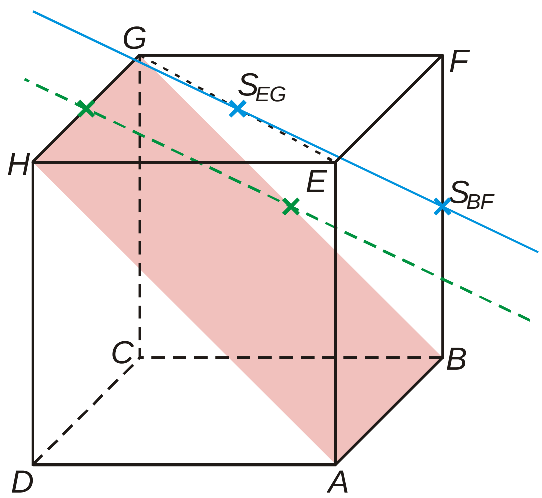
c) přímka $S_{BG}S_{AH}$ a rovina *CDE*
přímka $S_{BG}S_{AH}$ je rovnoběžná s rovinou *CDE* (leží v ní)

d) přímka $S_{EG}S_{BG}$ a rovina *BCE*
přímka $S_{EG}S_{BG}$ je rovnoběžná s přímkou $S_{EF}S_{BF}$, která je rovnoběžná s přímkou *BE* ležící v rovině *BCE* $\Rightarrow$ přímka $S_{EG}S_{BG}$ je rovnoběžná s rovinou *BCE*

e) přímka $S_{EG}S_{BF}$ a rovina *ABG*



zdá se, že přímka $S_{EG}S_{BF}$ je s rovinou *ABG* různoběžná, ale ve skutečnosti směřuje také „šikmo dolů“ $\Rightarrow$ nakreslíme si situaci zleva



přímka $S_{EG}S_{BF}$ je rovnoběžná s přímkou $S_{HG}S_{GB}$, která leží v rovině *ABG* $\Rightarrow$ přímka $S_{EG}S_{BF}$ je rovnoběžná s rovinou *ABG*

Př. 6: Je dána standardní krychle. Veď bodem S_{AB} přímku rovnoběžnou s rovinami *BEG* a *BDH*.