

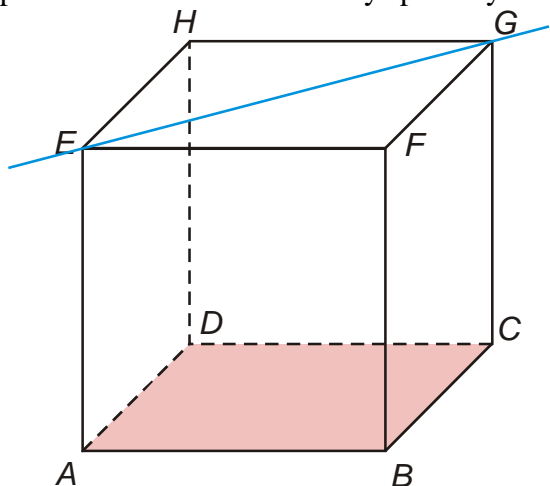
5.1.7 Vzájemná poloha přímky a roviny

Předpoklady: 5106

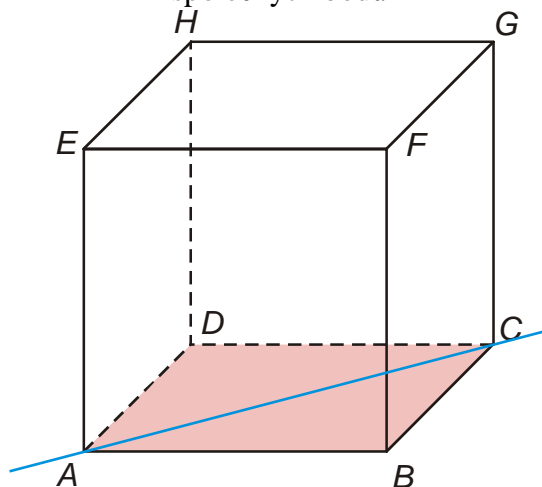
Př. 1: Kolik společných bodů můžeme mít přímka s rovinou? Jaká je v každém takovém případě jejich vzájemná poloha? Demonstruj ve standardní krychli $ABCDEFGH$ na rovině ABC a přímkách určených jejími vrcholy.

Mohou nastat tři možnosti:

přímka nemá s rovinou žádný společný bod

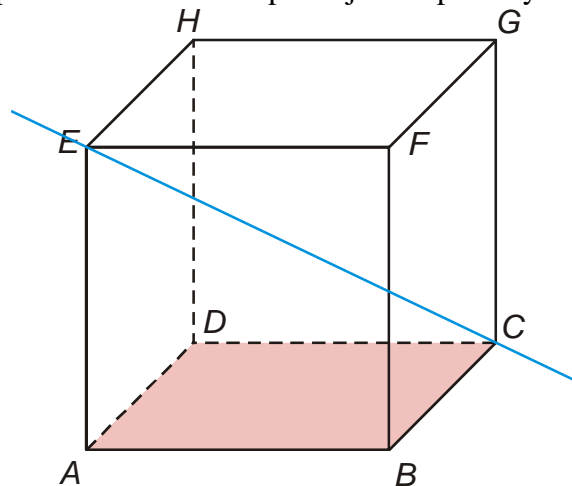


přímka má s rovinou nekonečně mnoho společných bodů



přímka je rovnoběžná s rovinou

přímka má s rovinou právě jeden společný bod



přímka je různoběžná s rovinou

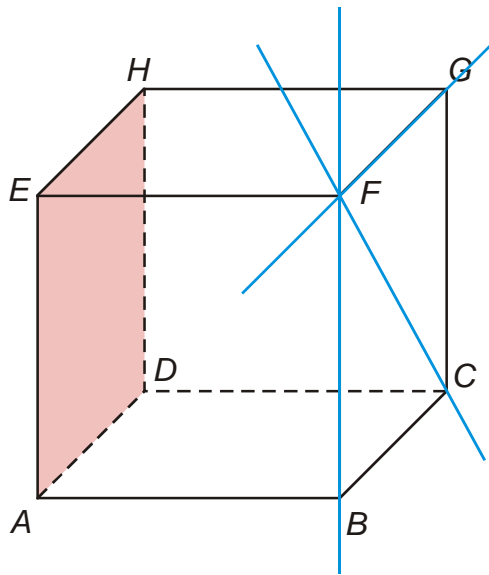
Př. 2: Je dána standardní krychle $ABCDEFGH$. Urči všechny přímky určené vrcholy krychle a procházející bodem F , které jsou:

a) rovnoběžné s rovinou ADE

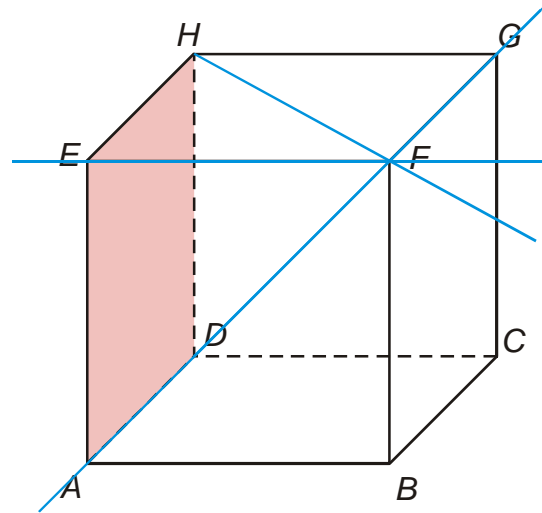
b) různoběžné s rovinou ADE

přímky rovnoběžné s rovinou ADE

přímky různoběžné s rovinou ADE



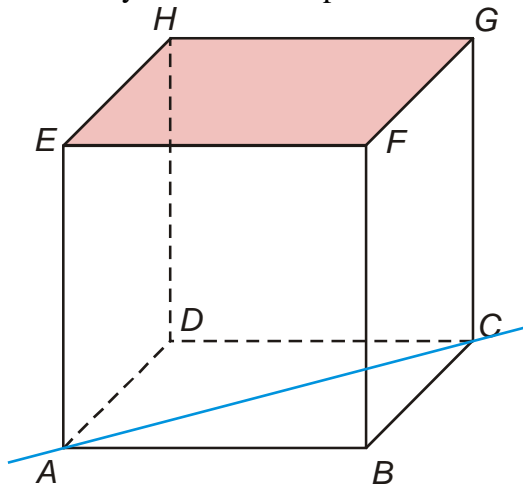
jde o přímky FB, FC, FG



jde o přímky FA, FD, FE, FH

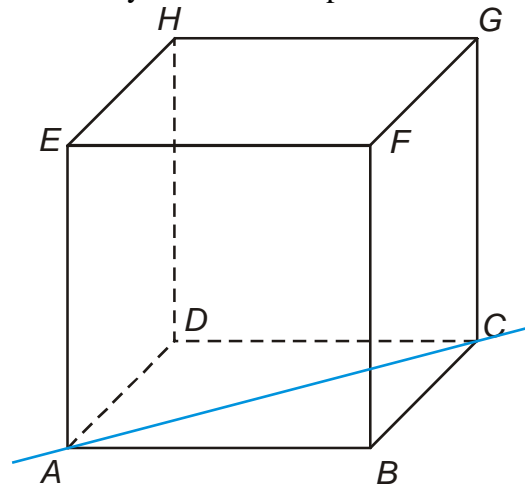
- Př. 3:** Je dána standardní krychle $ABCDEFGH$. Urči všechny roviny, které jsou určeny vrcholy krychle, prochází bodem G a jsou:
- a) rovnoběžné s přímkou AC
 - b) různoběžné s přímkou AC

roviny rovnoběžné s přímkou AC



jde o jedinou rovinu EFG (může být určena i jinak)

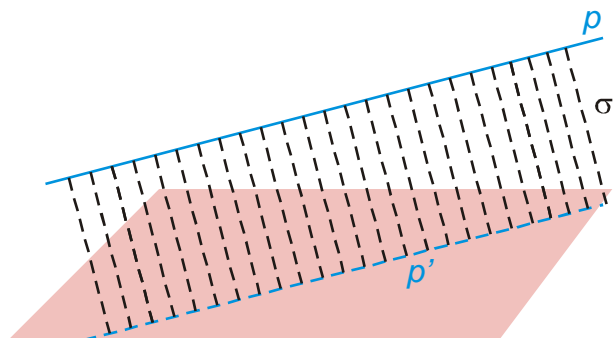
roviny různoběžné s přímkou AC



jde o roviny bočních stěn FGC, HGC a roviny HGB, GFD

Jak poznáme, že je přímka rovnoběžná s rovinou?

Máme přímku p rovnoběžnou s rovinou ρ . „Spojíme“ přímku s rovinou pomocí další roviny σ_1 , která je s ρ různoběžná \Rightarrow vznikne průsečnice p_1 . Jaká je vzájemná poloha p a p_1 ?



p_1 musí být rovnoběžná s p . Proč?

Kdyby p a p_1 nebyly rovnoběžné, existoval by jejich průsečík P (p i p_1 leží v rovině σ_1 a nemohou tedy být mimoběžné) \Rightarrow Průsečík p a p_1 by ležel v rovině σ_1 i v rovině ρ (p_1 leží v obou rovinách) \Rightarrow to nemůže nastat, protože průsečík P by ležel také na přímce p , která je s ρ rovnoběžná a tedy s ní nemůže mít žádné společné body.

Pokud budeme měnit roviny σ_i , vzniknou průsečnice p_i . Všechny přímky p_i jsou navzájem rovnoběžné (tranzitivnost rovnoběžnosti) \Rightarrow

Kritérium rovnoběžnosti přímky a roviny:

Přímka p je rovnoběžná s rovinou ρ , jestliže v rovině ρ leží alespoň jedna přímka p' , která je s přímkou p rovnoběžná.

Př. 4: Doplň věty:

a) Je-li $p \parallel q$ a $q \parallel \rho$, pak ...

b) Je-li $p \parallel q$ a $p \parallel \rho$, pak ...

c) Je-li $p \parallel q$ a q není rovnoběžná s ρ , pak ...

a) Je-li $p \parallel q$ a $q \parallel \rho$, pak $p \parallel \rho$.

b) Je-li $p \parallel q$ a $p \parallel \rho$, pak $q \parallel \rho$.

c) Je-li $p \parallel q$ a q není rovnoběžná s ρ , pak p není rovnoběžná s ρ .

Př. 5: Je dána standardní krychle $ABCDEFGH$. Urči vzájemnou polohu:

a) přímky $S_{EG}S_{BG}$ a roviny ABC

b) přímky $S_{AC}S_{BG}$ a roviny CDG

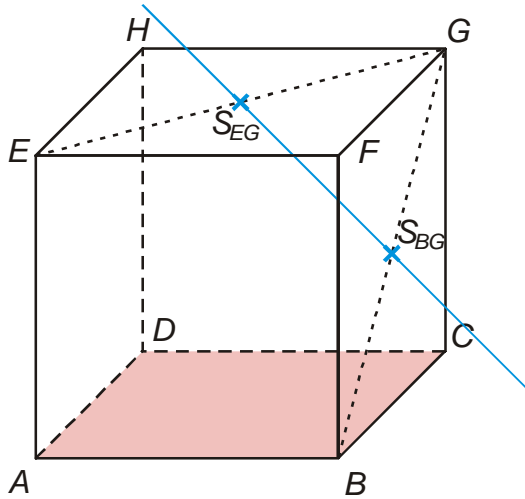
c) přímky $S_{BG}S_{AH}$ a roviny CDE

d) přímky $S_{EG}S_{BG}$ a roviny BCE

e) přímky $S_{EG}S_{BF}$ a roviny ABG

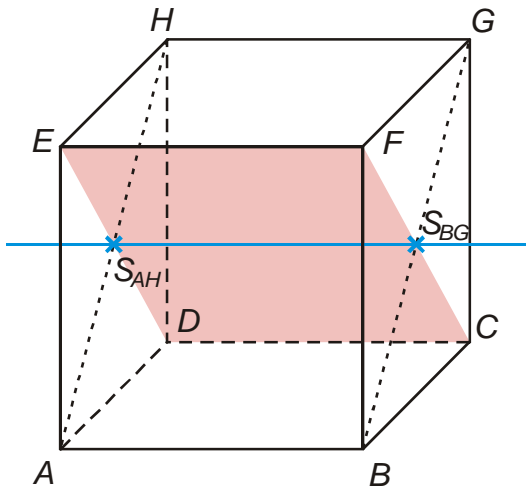
a) přímka $S_{EG}S_{BG}$ a rovina ABC

b) přímky $S_{AC}S_{BG}$ a roviny CDG



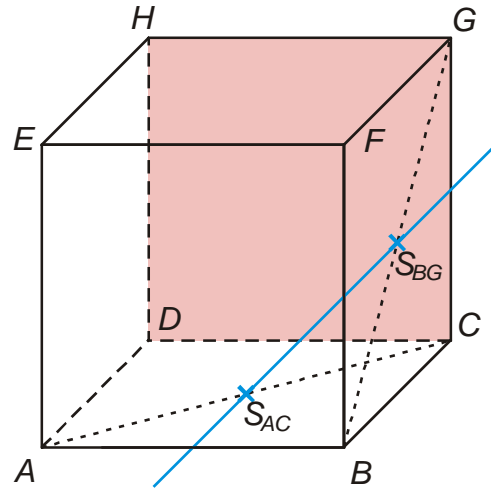
přímka $S_{EG}S_{BG}$ je rovnoběžná s rovinou ABC (rovinu ABC je vodorovná, přímka $S_{EG}S_{BG}$ je rovnoběžná s rovinou ABC)

c) přímka $S_{BG}S_{AH}$ a rovina CDE



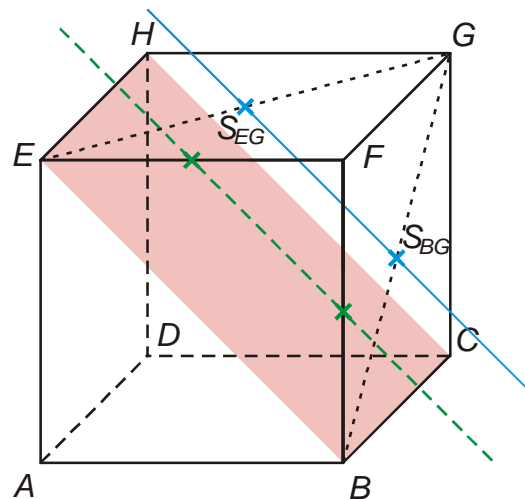
přímka $S_{BG}S_{AH}$ je rovnoběžná s rovinou CDE (leží v ní)

e) přímka $S_{EG}S_{BF}$ a rovina ABG

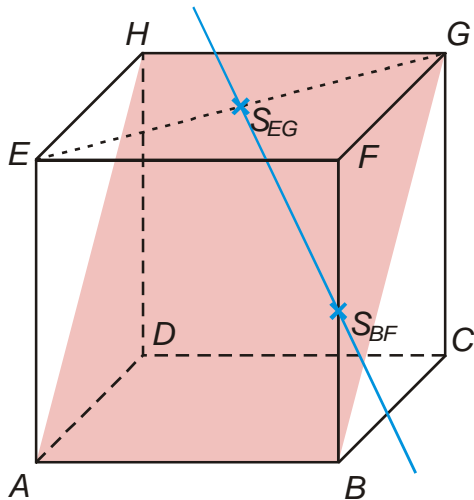


přímka $S_{AC}S_{BG}$ je rovnoběžná s přímkou $S_{CD}S_{CG}$, která leží v rovině $CDG \Rightarrow$ přímka $S_{AC}S_{BG}$ je rovnoběžná s rovinou CDG

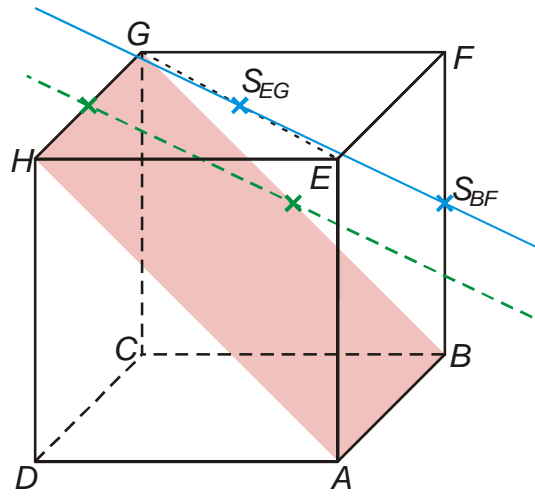
d) přímka $S_{EG}S_{BG}$ a rovina BCE



přímka $S_{EG}S_{BG}$ je rovnoběžná s přímkou $S_{EF}S_{BF}$, která je rovnoběžná s přímkou BE ležící v rovině $BCE \Rightarrow$ přímka $S_{EG}S_{BG}$ je rovnoběžná s rovinou BCE



zdá se, že přímka $S_{EG}S_{BF}$ je s rovinou ABG různoběžná, ale ve skutečnosti směřuje také „šikmo dolů“ \Rightarrow nakreslíme si situaci zleva



přímka $S_{EG}S_{BF}$ je rovnoběžná s přímkou $S_{HG}S_{GB}$, která leží v rovině $ABG \Rightarrow$ přímka $S_{EG}S_{BF}$ je rovnoběžná s rovinou ABG

Pedagogická poznámka: Poslední body je pro studenty poměrně obtížný. Mohou si situaci namodelovat pomocí krychličky.

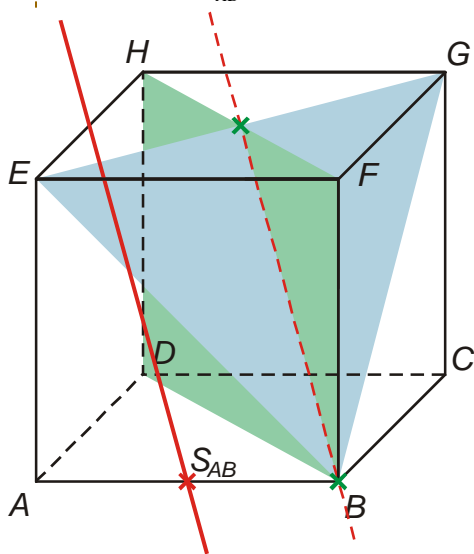
Jak najít přímkou rovnoběžnou se dvěma různoběžnými rovinami?

Pokud je přímka rovnoběžná s rovinou, „rovinu obsahuje její směr“ (nekonečně mnoho přímek, které v rovině leží a jsou s ní rovnoběžné) \Rightarrow obě roviny musí obsahovat její směr \Rightarrow tento směr je oběma rovinám společný \Rightarrow je to směr jejich společné přímky (průsečnice).

Př. 6: Je dána standardní krychle. Veď bodem S_{AB} přímkou rovnoběžnou s rovinami BEG a BDH .

Použijeme předchozí úvahu:

- najdeme průsečnici rovin BEG a BDH
- v bodě S_{AB} narýsujeme rovnoběžku s nalezenou přímkou



Př. 7: Petáková:
strana 90/cvičení 2 a) b) c) d)
strana 90/cvičení 5 b)

Shrnutí: