

4.3.3 Základní goniometrické vzorce I

Př. 1: Urči hodnoty všech goniometrických funkcí v bodě x , jestliže platí $\sin x = \frac{3}{5}$ a zároveň $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

Př. 2: Urči hodnoty všech goniometrických funkcí v bodě x , jestliže platí $\cos x = -\frac{1}{3}$ a zároveň $\sin x < 0$. Rozhodni, do kterého z intervalů $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$, $\left(\pi; \frac{3}{2}\pi\right)$ a $\left(\frac{3}{2}\pi; 2\pi\right)$ náleží úhel x .

Př. 3: Urči, kdy je definován výraz $\frac{1 + \cotg^2 x}{1 + \tg^2 x}$, a pak jej zjednoduš.

Př. 4: Vysvětli, proč je ve vzorci uvedena podmínka $x \neq k \cdot \frac{\pi}{2}$, kde $k \in Z$.

Př. 5: Dokaž platnost vztahu $\tg x \cdot \cotg x = 1$.

Př. 6: Zjednoduš výraz $\frac{1 + \cotg^2 x}{1 + \tg^2 x}$ pomocí vzorce $\tg x \cdot \cotg x = 1$.

Př. 7: Odhadni výsledek, který vznikne zjednodušením výrazu $\frac{1 + \tg^2 x}{1 + \cotg^2 x}$. Odhad potvrď výpočtem.

Př. 8: Urči hodnoty všech goniometrických funkcí v bodě x , jestliže platí $\cotg = \sqrt{2}$ a zároveň $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Př. 9: Vyřeš předchozí příklad pomocí pravoúhlého trojúhelníku.

Př. 10: Petáková: strana 44, cvičení 45 c)

Př. 11: Urči, kdy je definovaná rovnost $\frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{1 + \sin(-x)}{\cos(-x)}$, a pak ji dokaž.

Př. 12: Urči definiční obory následujících rovností a dokaž je.

a) $\sin x \cdot \operatorname{tg} x \cdot \cos x = 1 - \cos^2 x$ b) $\sin^4 x - \cos^4 x = 1 - 2 \cos^2 x$

c) $2 \sin x \cos x + \operatorname{tg} x \operatorname{cotg} x = \left(\frac{\sin x}{\operatorname{tg} x} + \frac{\cos x}{\operatorname{cotg} x} \right)^2$

Př. 13: Urči definiční obor výrazu a poté ho zjednoduš.

a) $\frac{\sin^2 x}{1 - \cos x}$ b) $\frac{\sin x + \cos x}{1 + \operatorname{tg} x}$ c) $\frac{\operatorname{tg}^2 x + 1}{\operatorname{cotg} x}$

d) $\sin^2 x \cdot \cos^2 x \cdot (\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{cotg}^2 x) + 2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x$

Př. 14: Petáková:

strana 45, cvičení 47 c), f), i), m)

strana 45, cvičení 46 b), c), e), h), m)