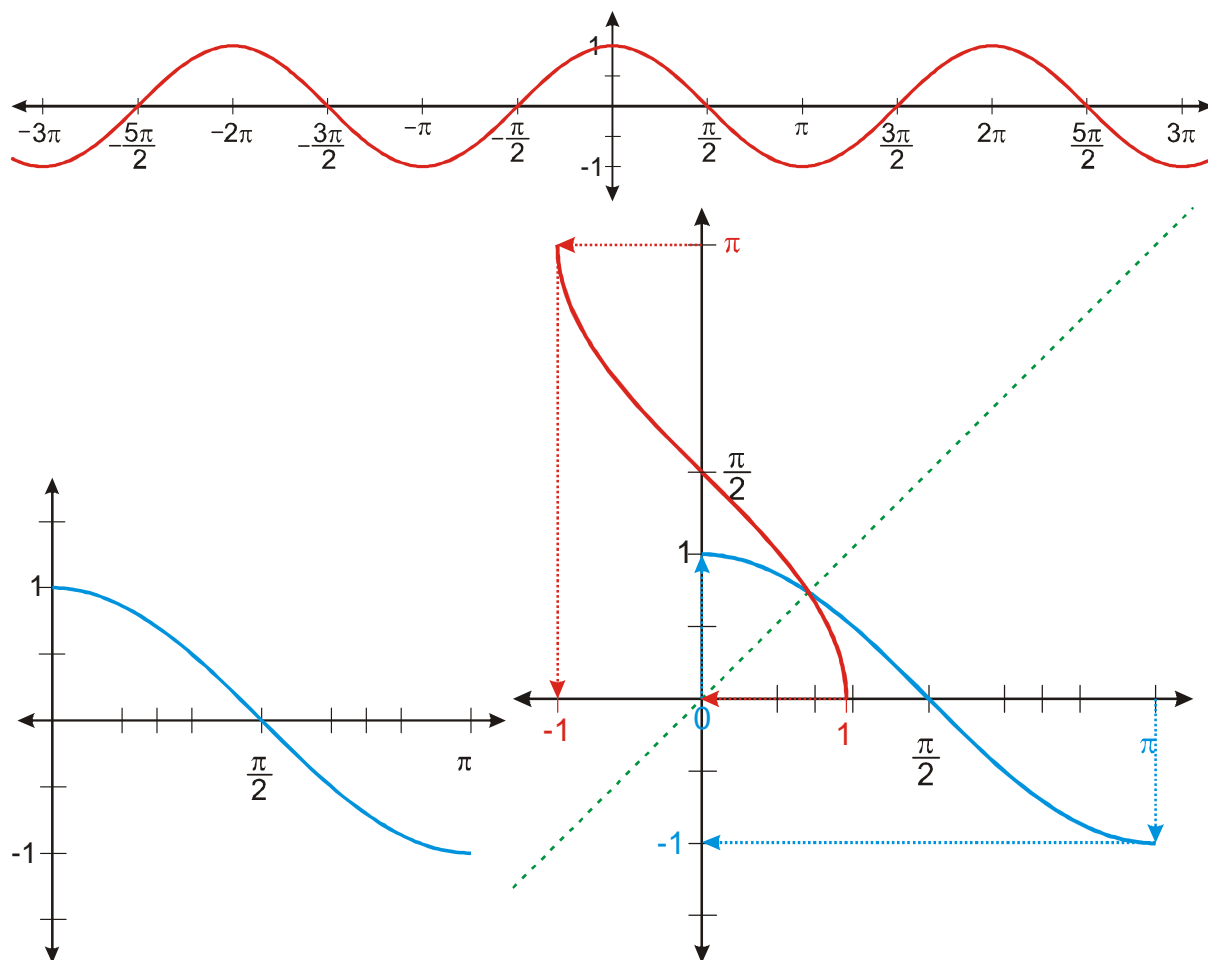


4.2.17 Cyklometrické funkce

Př. 1: Nakresli graf funkce $y = \cos x$. Omez její definiční obor tak, aby bylo možné nalézt inverzní funkci. Nakresli do nového obrázku graf funkce $y = \cos x$ s omezeným definičním oborem a graf funkce k ní inverzní.



Funkce inverzní k funkci $y = \cos x$ se nazývá $y = \arccos x$ (**arkus kosinus**).

Př. 2: Srovnaj v tabulce vlastnosti funkcí $y = \cos x$ (s omezeným definičním oborem) a $y = \arccos x$.

Př. 3: Urči: a) $\arccos 1$ b) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ c) $\arccos 0$
 d) $\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}$ e) $\arccos(-1)$ f) $\arccos(-2)$.

a) $\arccos 1 = 0$ b) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{3}{4}\pi$ c) $\arccos 0 = \frac{\pi}{2}$

d) $\arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\pi}{6}$ e) $\arccos(-1) = \pi$ f) $\arccos(-2) = \text{neexistuje}$

Př. 4: Urči pomocí kalkulačky ve stupních s přesností na minuty přibližné hodnoty:

a) $\arccos 0,2$ b) $\arccos(-0,7)$ c) $\arccos\frac{2}{3}$ d) $\arccos\left(-\frac{\pi}{6}\right)$.

a) $\arccos 0,2 \doteq 78^{\circ}27'$

b) $\arccos(-0,7) \doteq 134^{\circ}26'$

c) $\arccos\left(\frac{2}{3}\right) \doteq 48^{\circ}11'$

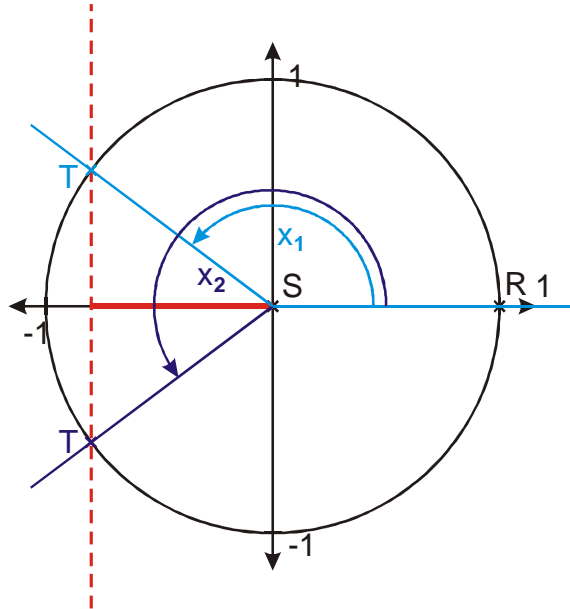
d) $\arccos\left(-\frac{\pi}{6}\right) \doteq 121^{\circ}36'$

Př. 5: Urči v obloukové míře: a) $y = \arccos\frac{1}{3}$ b) $\arccos\left(-\frac{\pi}{4}\right)$. Hledané hodnoty nejdříve odhadni, poté je urči s pomocí kalkulačky s přesností na setiny.

a) $\arccos\frac{1}{3} \doteq 1,23 \text{ rad}$

b) $\arccos\left(-\frac{\pi}{4}\right) \doteq 2,47 \text{ rad}$

Př. 6: Najdi všechna x , pro která platí $\cos x = -0,8$.



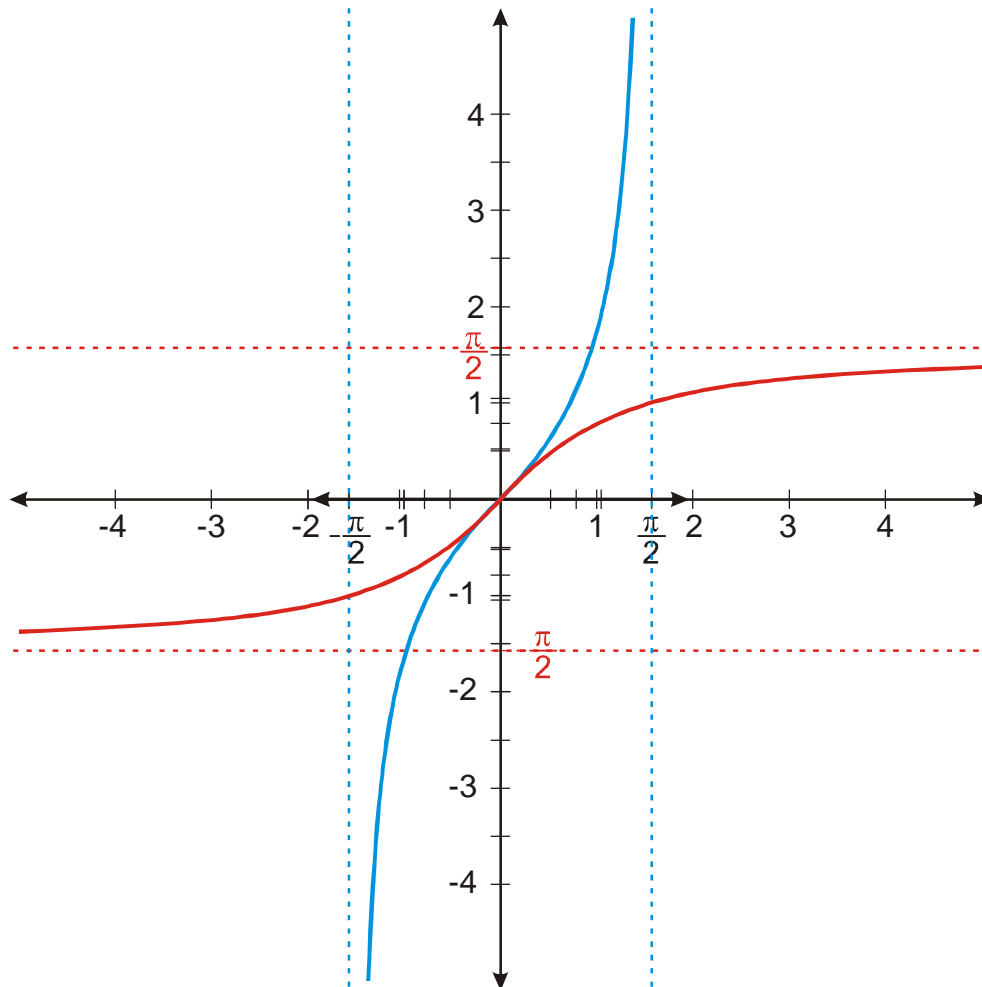
Z obrázku je vidět, že v intervalu $\langle 0; 2\pi \rangle$ existují dvě hodnoty x , pro které platí $\cos x = -0,8$:

$$x_1 = \arccos(-0,8) \text{ a } x_2 = 2\pi - \arccos(-0,8).$$

Funkce $y = \cos x$ je periodická s nejmenší periodou $2\pi \Rightarrow \cos x = -0,8$ platí pro všechna čísla

$$\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} = \{ \arccos(-0,8) + k \cdot 2\pi; 2\pi - \arccos(-0,8) + k \cdot 2\pi \}.$$

Př. 7: Nakresli graf funkce $y = \operatorname{tg} x$. Omez její definiční obor tak, aby bylo možné nalézt inverzní funkci. Nakresli do nového obrázku graf funkce $y = \operatorname{tg} x$ s omezeným definičním oborem a graf funkce k ní inverzní.



Funkce inverzní k funkci $y = \operatorname{tg} x$ se nazývá $y = \operatorname{arctg} x$ (arkus tangens).

Př. 8: Srovněj v tabulce vlastnosti funkcí $y = \operatorname{tg} x$ (s omezeným definičním oborem) a $y = \operatorname{arctg} x$.

Př. 9: Urči: a) $\operatorname{arctg} 1$ b) $\operatorname{arctg} -\sqrt{3}$ c) $\operatorname{arctg} 0$
 d) $\operatorname{arctg} -1$ e) $\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3}$.

a) $\operatorname{arctg} 1 = \frac{\pi}{4}$ b) $\operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) = -\frac{\pi}{3}$ c) $\operatorname{arctg} 0 = 0$
 d) $\operatorname{arctg}(-1) = -\frac{\pi}{4}$ e) $\operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{\pi}{6}$

Př. 10: Urči pomocí kalkulačky přibližně ve stupňové míře:

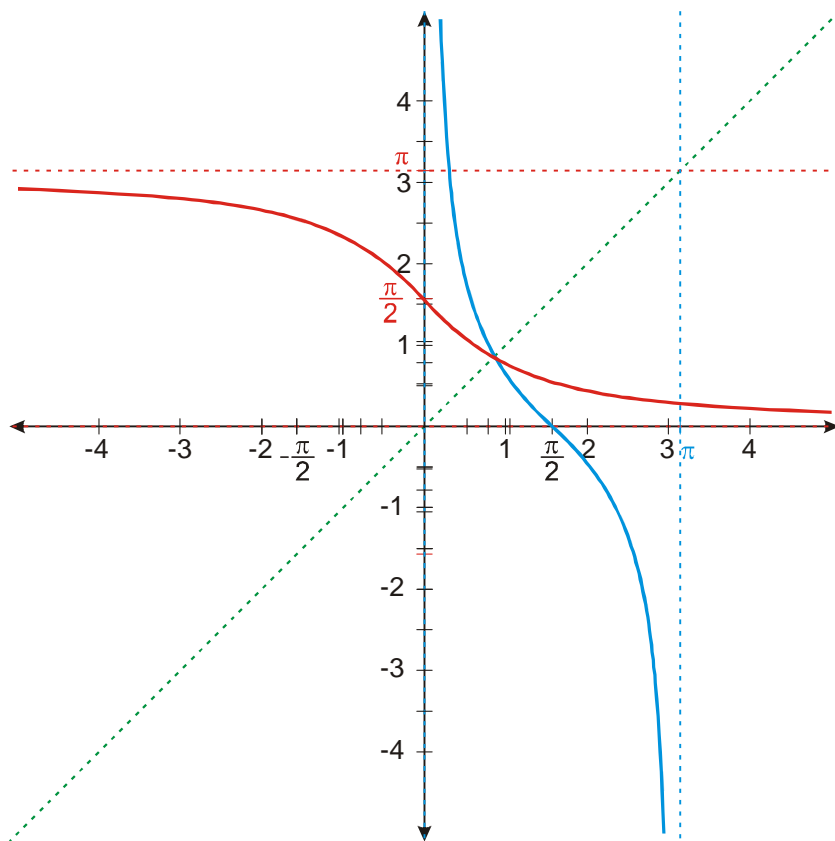
a) $\operatorname{arctg} -10$ b) $\operatorname{arctg} 0,4$ c) $\operatorname{arctg} 2\pi$ d) $\operatorname{arctg} 520$.

a) $\operatorname{arctg}(-10) \doteq -84^{\circ}17'$ b) $\operatorname{arctg} 0,4 \doteq 21^{\circ}48'$
 c) $\operatorname{arctg} 2\pi \doteq 80^{\circ}57'$ d) $\operatorname{arctg} 520 \doteq 89^{\circ}53'$

Př. 11: Najdi všechna x , pro která platí $\operatorname{tg} x = 2$.

$\operatorname{tg} x = 2$ platí pro všechna čísla $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \{\operatorname{arctg} 2 + k \cdot \pi\}$.

Př. 12: Nakresli graf funkce $y = \cotg x$. Omez její definiční obor tak, aby bylo možné nalézt inverzní funkci. Nakresli do nového obrázku graf funkce $y = \cotg x$ s omezeným definičním oborem a graf funkce k ní inverzní.



Funkce inverzní k funkci $y = \cotg x$ se nazývá $y = \text{arccotg } x$ (arkus kotangens).

Př. 13: Srovnej v tabulce vlastnosti funkcí $y = \cotg x$ (s omezeným definičním oborem) a $y = \text{arccotg } x$.

Př. 14: Urči: a) $\text{arccotg } -1$ b) $\text{arccotg } \left(-\frac{\sqrt{3}}{3} \right)$ c) $\text{arccotg } 0$ d) $\text{arccotg } \sqrt{3}$.

a) $\text{arccotg } (-1) = \frac{3}{4}\pi$ b) $\text{arccotg } \left(-\frac{\sqrt{3}}{3} \right) = \frac{4}{3}\pi$ c) $\text{arccotg } (0) = \frac{\pi}{2}$ d) $\text{arccotg } \sqrt{3} = \frac{\pi}{6}$

Př. 15: Urči pomocí kalkulačky přibližně ve stupňové míře:

a) $\text{arccotg } 0,1$ b) $\text{arccotg } 5$ c) $\text{arccotg } -2$

a) $\text{arccotg } 0,1 \doteq 84^{\circ}17'$ ($\cotg x = 0,1 \Rightarrow \text{tg } x = (0,1)^{-1} = 10$, $\text{arctg } 10 \doteq 84^{\circ}17'$)

b) $\text{arccotg } 5 \doteq 11^{\circ}19'$ ($\cotg x = 5 \Rightarrow \text{tg } x = (5)^{-1} = 0,2$, $\text{arctg } 0,2 \doteq 11^{\circ}19'$)

c) $\text{arccotg } (-2) \doteq 153^{\circ}26'$ ($\cotg x = -2 \Rightarrow \text{tg } x = (-2)^{-1} = -0,5$, $\text{arctg } (-0,5) \doteq 26^{\circ}34'$, funkce $y = \text{arccotg } x$ má hodnoty pouze v intervalu $(0; \pi) \Rightarrow$ k hodnotě $\text{arctg } (-0,5) \doteq -26^{\circ}34'$ přičtem $180^{\circ} \Rightarrow \text{arccotg } (-2) \doteq 153^{\circ}26'$)

Př. 16: Najdi všechna x , pro která platí $\cotg x = -3$.

$\cotg x = -3$ platí pro všechna čísla $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \{ \text{arctg } (-3) + k \cdot \pi \}$.

Př. 17: Petáková:

strana 44/cvičení 43, 44 hodnoty arccos , arctg , arccot