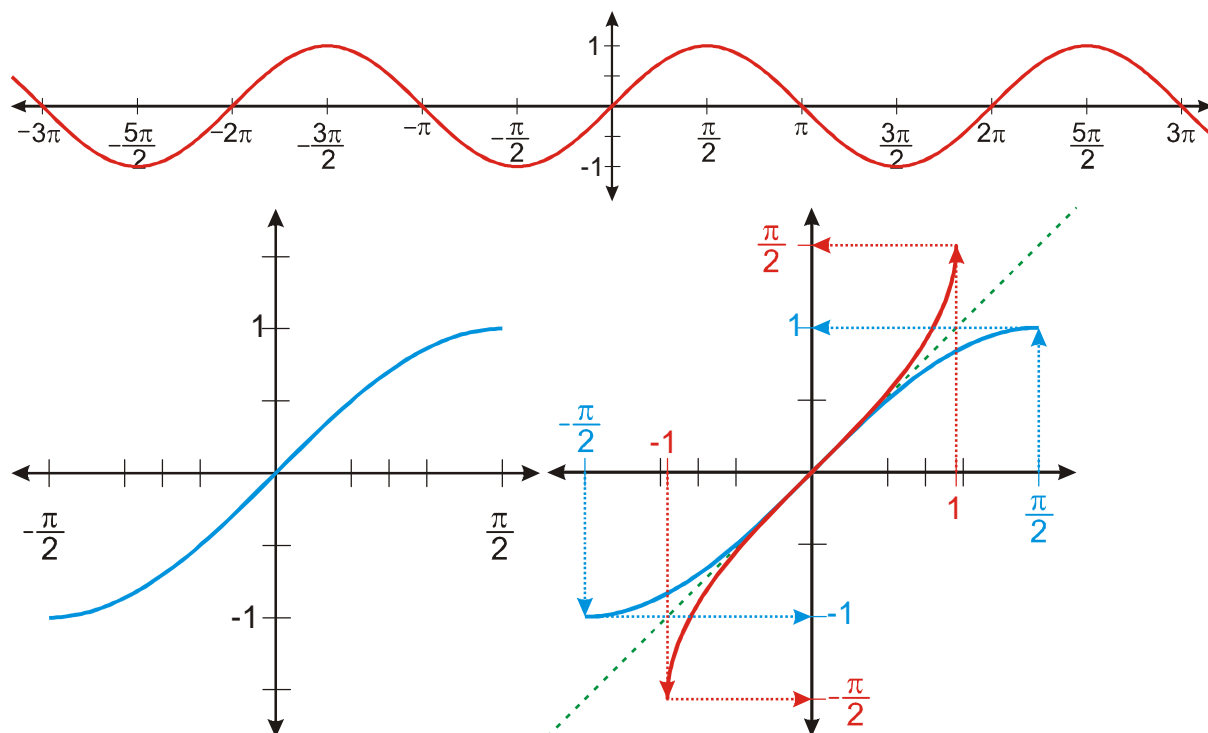


4.2.16 Funkce Arcsin

Př. 1: Nakresli graf funkce $y = \sin x$. Omez její definiční obor tak, aby bylo možné nalézt inverzní funkci. Nakresli do nového obrázku graf funkce $y = \sin x$ s omezeným definičním oborem a graf funkce k ní inverzní.



Funkce inverzní k funkci $y = \sin x$ se nazývá $y = \arcsin x$ (arkus sinus).

Př. 2: Srovněj v tabulce vlastnosti funkcí $y = \sin x$ (s omezeným definičním oborem) a $y = \arcsin x$.

Př. 3: Urči: a) $\arcsin 1$ b) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ c) $\arcsin 0$
 d) $\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}$ e) $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$ f) $\arcsin(-1)$
 g) $\arcsin 2$.

a) $\arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$ b) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{\pi}{3}$ c) $\arcsin 0 = 0$ d) $\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$
 e) $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{\pi}{6}$ f) $\arcsin(-1) = -\frac{\pi}{2}$ g) $\arcsin 2 = \text{neexistuje}$

Př. 4: Urči pomocí kalkulačky ve stupních s přesností na minuty přibližné hodnoty:

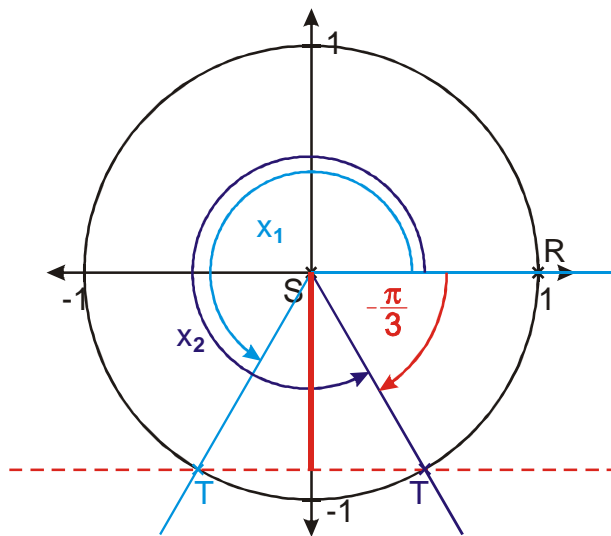
a) $\arcsin 0,2$ b) $\arcsin(-0,7)$ c) $\arcsin\frac{2}{3}$
 d) $\arcsin\left(\frac{\pi}{2}\right)$ e) $\arcsin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$.

a) $\arcsin 0,2 \doteq 11^{\circ}13'$ b) $\arcsin(-0,7) \doteq -44^{\circ}25'$ c) $\arcsin\left(\frac{2}{3}\right) \doteq 41^{\circ}48'$
 d) $\arcsin\frac{\pi}{2} = \text{neexistuje}$ e) $\arcsin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \doteq -51^{\circ}45'$ $\left(-\frac{\pi}{4} \doteq -0,79\right)$

Př. 5: Najdi všechna x , pro která platí $\sin x = 1$.

$$\sin x = 1 \text{ platí pro všechna čísla } \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\{ \frac{\pi}{2} + k \cdot 2\pi \right\}.$$

Př. 6: Najdi všechna x , pro která platí $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.



$$x_1 = \frac{4}{3}\pi \text{ a } x_2 = \frac{5}{3}\pi \text{ (základní velikost úhlu } -\frac{\pi}{3}\text{)}.$$

Protože funkce $y = \sin x$ je periodická s nejmenší periodou 2π , platí $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ i pro všechny další velikosti obou úhlů.

$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ platí pro všechna čísla

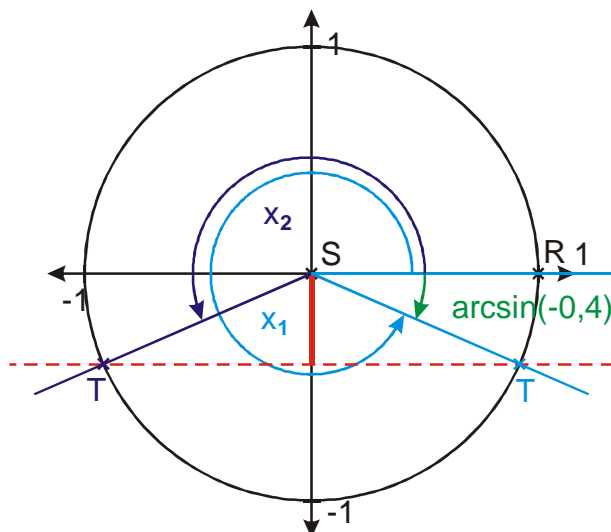
$$\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\{ \frac{4}{3}\pi + k \cdot 2\pi; \frac{5}{3}\pi + k \cdot 2\pi \right\}.$$

Př. 7: Najdi všechna x , pro která platí $\sin x = 0,6$. Výsledek uveď v desetinné míře s přesností na minuty.

$$\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \{38^\circ 52' + k \cdot 360^\circ; 141^\circ 8' + k \cdot 360^\circ\}.$$

$$\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \{\arcsin 0,6 + k \cdot 2\pi; \pi - \arcsin 0,6 + k \cdot 2\pi\}.$$

Př. 8: Najdi všechna $x \in \langle 0; 2\pi \rangle$, pro která platí $\sin x = -0,4$.



Z obrázku je vidět, že v intervalu $\langle 0; 2\pi \rangle$ existují dvě hodnoty x , pro které platí $\sin x = -0,4$. Můžeme je vyjádřit pomocí úhlu $\arcsin(-0,4)$ (tento úhel je záporný):

$$x_1 = \arcsin(-0,4) + 2\pi \text{ a}$$

$$x_2 = \pi - \arcsin(-0,4).$$

Dodatek: Funkce $y = \arcsin x$ je lichá. Hodnoty můžeme vyjadřovat i pomocí kladného úhlu $\arcsin(0,4) = -\arcsin(-0,4)$: $x_1 = 2\pi - \arcsin(0,4)$ a $x_2 = \pi + \arcsin(0,4)$.

Př. 9: Petáková:
strana 44/cvičení 43, 44 hodnoty \arcsin