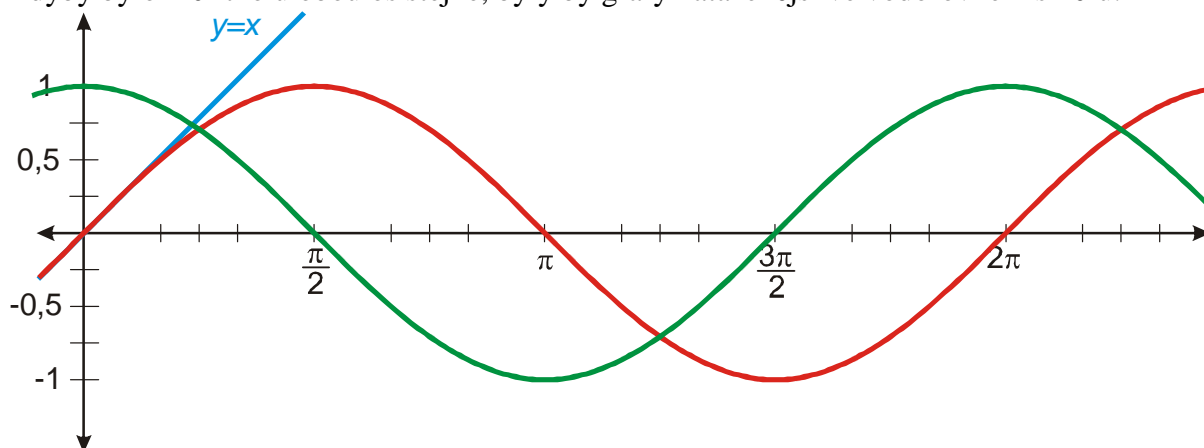


## 4.2.9 Vlastnosti funkcí sinus a cosinus

Kdyby bylo měřítko u obou os stejné, byly by grafy nataženější ve vodorovném směru.



Funkce  $y = \sin x$  se pro malá  $x$  chová velmi podobně jako funkce  $y = x$ .

**Př. 1:** Rozhodni na základě definice goniometrických funkcí v jednotkové kružnici, zda jsou funkce  $y = \sin x$  a  $y = \cos x$  periodické. Pokud ano, urči jejich nejmenší periodu.

Pro každé  $k \in \mathbb{Z}$  a každé  $x \in \mathbb{R}$  platí:  $\sin(x + k \cdot 2\pi) = \sin x$ ,  
 $\cos(x + k \cdot 2\pi) = \cos x$ .

**Př. 2:** Na základě definice goniometrických funkcí v jednotkové kružnici rozhodni:  
 a) Je funkce  $y = \sin x$  shora (zdola) omezená?  
 b) Má funkce  $y = \sin x$  maximum (minimum)? Pokud ano, ve kterých bodech?  
 c) Urči obor hodnot funkce  $y = \sin x$ .

**Př. 3:** Na základě definice goniometrických funkcí v jednotkové kružnici rozhodni:  
 a) Je funkce  $y = \cos x$  shora (zdola) omezená?  
 b) Má funkce  $y = \cos x$  maximum (minimum)? Pokud ano, ve kterých bodech?  
 c) Urči obor hodnot funkce  $y = \cos x$ .

**Př. 4:** Na základě definice goniometrických funkcí v jednotkové kružnici doplň následující tabulku pro funkci sinus:

**Vlastnosti funkce  $y = \sin x$ :**

Interval	$\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$	$\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$	$\left(\pi; \frac{3}{2}\pi\right)$	$\left(\frac{3}{2}\pi; 2\pi\right)$
Znaménko funkčních hodnot	+	+	-	-
Monotónnost	rostoucí	klesající	klesající	rostoucí

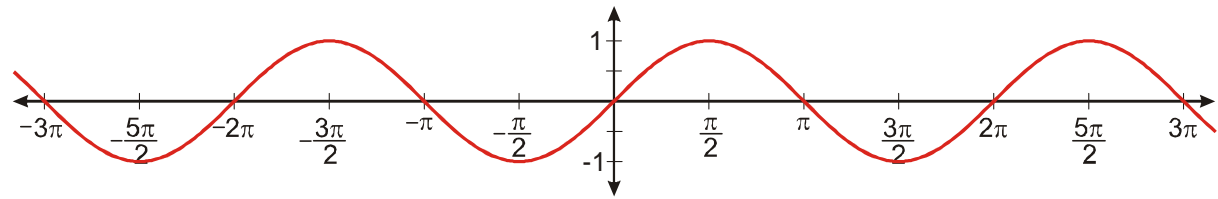
**Př. 5:** Na základě definice goniometrických funkcí v jednotkové kružnici doplň následující tabulku pro funkci cosinus:

**Vlastnosti funkce  $y = \cos x$ :**

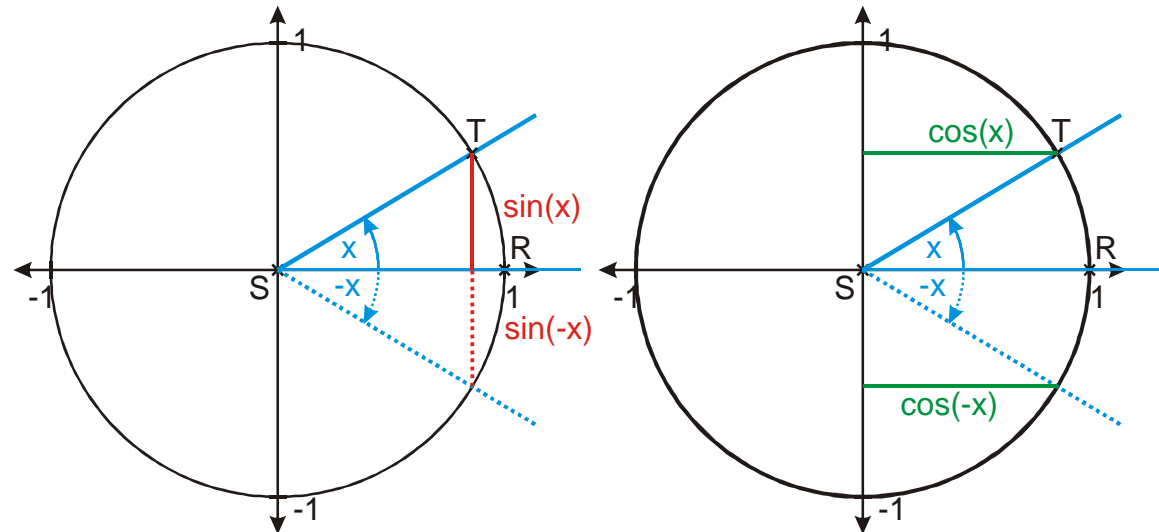
Interval	$\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$	$\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$	$\left(\pi; \frac{3}{2}\pi\right)$	$\left(\frac{3}{2}\pi; 2\pi\right)$
Znaménko funkčních hodnot	+	-	-	+
Monotónnost	klesající	klesající	rostoucí	rostoucí

**Př. 6:** Zkontroluj všechny nalezené vlastnosti pomocí grafů funkcí sinus a cosinus.

**Př. 7:** Nakresli graf funkce  $y = \sin x$  pro  $x \in \langle -3\pi; 3\pi \rangle$  a s jeho pomocí rozhodni, zda je funkce  $y = \sin x$  sudá nebo lichá. Odhad ověř pomocí definice v jednotkové kružnici.

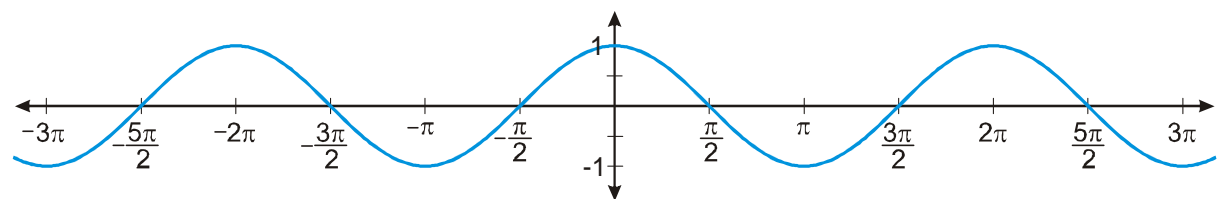


Graf funkce je souměrný podle počátku soustavy souřadnic  $\Rightarrow$  funkce  $y = \sin x$  je lichá  $\Rightarrow$  musí platit  $\sin x = -\sin(-x)$ .



Z obrázku je vidět, že úhly  $x$  a  $-x$  jsou souměrné podle osy  $x$ , jejich  $y$ -ové souřadnice se liší pouze znaménkem  $\Rightarrow$  platí  $\sin x = -\sin(-x) \Rightarrow$  **funkce  $y = \sin x$  je lichá.**

**Př. 8:** Nakresli graf funkce  $y = \cos x$  pro  $x \in \langle -3\pi; 3\pi \rangle$  a s jeho pomocí rozhodni, zda je funkce  $y = \cos x$  sudá nebo lichá. Odhad ověř pomocí definice v jednotkové kružnici.



Graf funkce je souměrný podle osy  $y \Rightarrow$  funkce  $y = \cos x$  je sudá  $\Rightarrow$  musí platit  $\cos x = \cos(-x)$ .

Z obrázku je vidět, že úhly  $x$  a  $-x$  jsou souměrné podle osy  $x$ , jejich  $x$ -ové souřadnice jsou stejné  $\Rightarrow$  platí  $\cos x = \cos(-x) \Rightarrow$  **funkce  $y = \cos x$  je sudá.**

**Př. 9:** V přehledné tabulce se dvěma sloupci shrň vlastnosti funkcí  $y = \sin x$  a  $y = \cos x$ .