

4.2.8 Zavedení funkcí sinus a cosinus pro orientovaný úhel II

Předpoklady: 4207

Př. 1: Urči hodnoty funkcí $\sin(x)$ a $\cos(x)$ pro úhly:

a) $x_1 = \frac{5}{6}\pi$

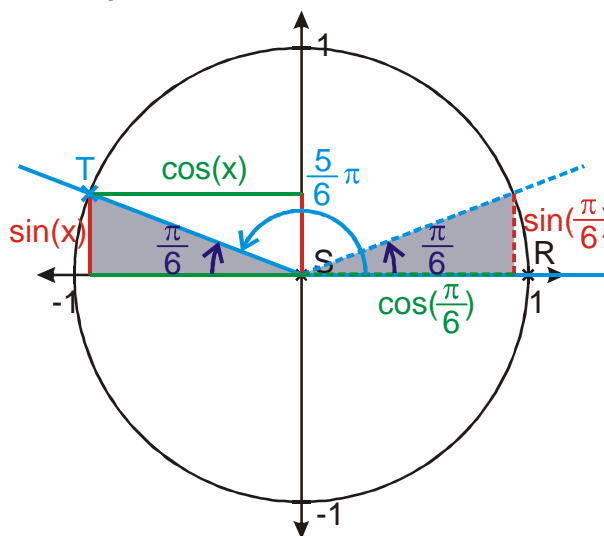
b) $x_2 = \frac{4}{3}\pi$

c) $x_3 = \frac{3}{4}\pi$

d) $x_4 = \frac{11}{6}\pi$.

Postupujeme stejně jako na konci minulé hodiny.

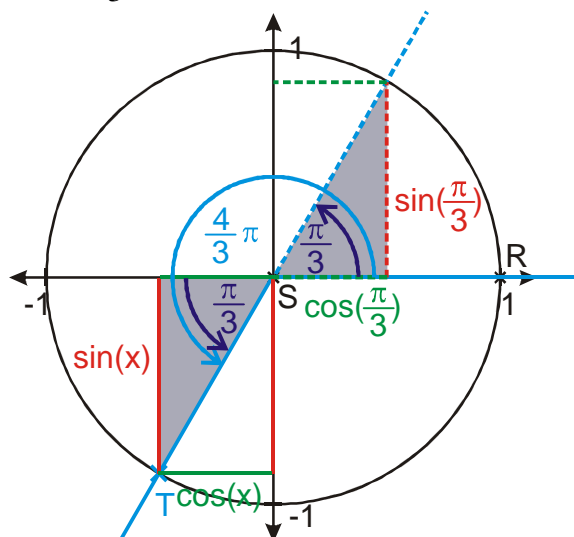
a) $x_1 = \frac{5}{6}\pi$



Z obrázku je (kvůli shodnosti obou vybarvených trojúhelníků) vidět, že platí:

- $\sin \frac{5}{6}\pi = \sin \frac{1}{6}\pi = \frac{1}{2}$,
- $\cos \frac{5}{6}\pi = -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

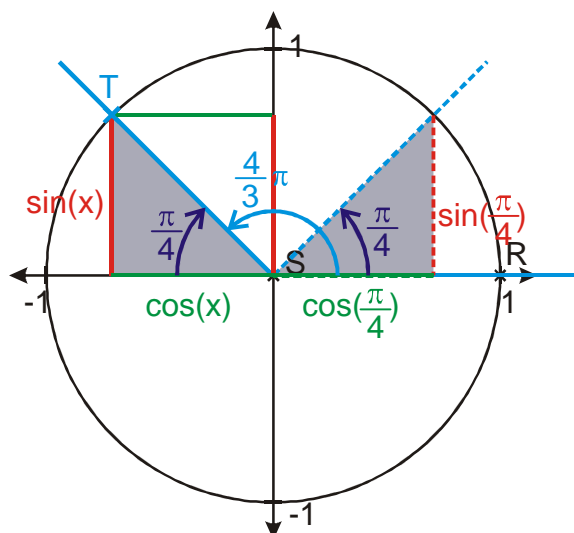
b) $x_2 = \frac{4}{3}\pi$



Z obrázku je (kvůli shodnosti obou vybarvených trojúhelníků) vidět, že platí:

- $\sin \frac{4}{3}\pi = -\sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$,
- $\cos \frac{4}{3}\pi = -\cos \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$.

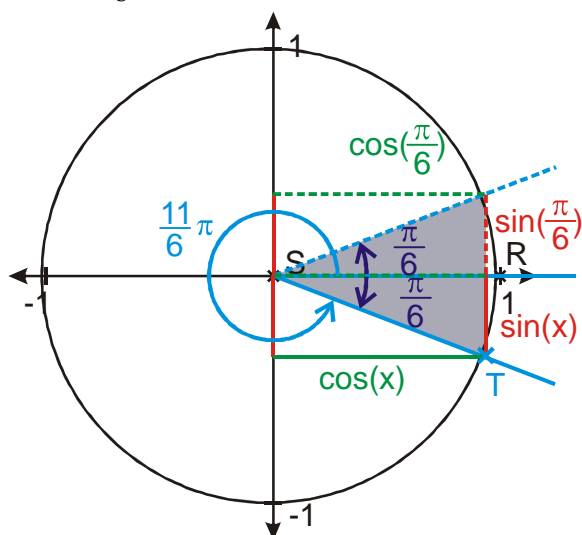
c) $x_3 = \frac{3}{4}\pi$



Z obrázku je (kvůli shodnosti obou vybarvených trojúhelníků) vidět, že platí:

- $\sin \frac{3}{4}\pi = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$,
- $\cos \frac{3}{4}\pi = -\cos \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

d) $x_4 = \frac{11}{6}\pi$



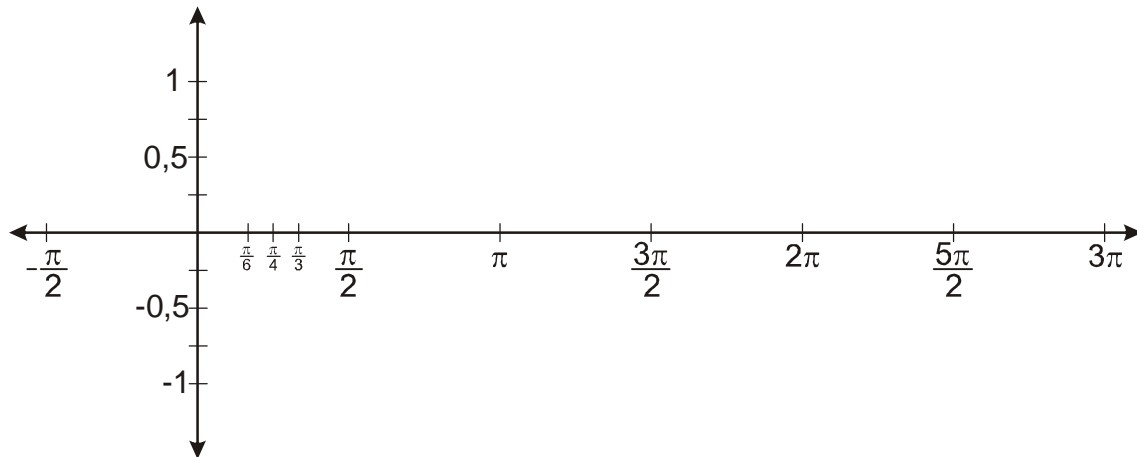
Z obrázku je (kvůli shodnosti obou vybarvených trojúhelníků) vidět, že platí:

- $\sin \frac{11}{6}\pi = -\sin \frac{1}{6}\pi = -\frac{1}{2}$,
- $\cos \frac{11}{6}\pi = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Pedagogická poznámka: Předchozím příkladem by studenti neměli strávit více než 20 minut.

Pedagogická poznámka: Následující příklad řeší studenti na papír, kde mají připravenou tabulku hodnot funkcí sinus a cosinus.

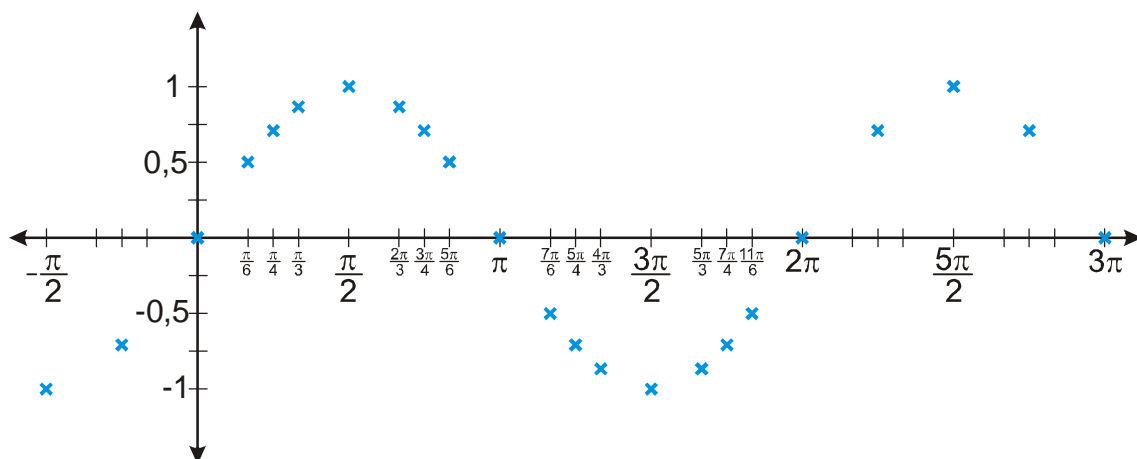
Př. 2: Nakresli souřadné osy tak aby: $x \in \left\langle -\frac{\pi}{2}; 3\pi \right\rangle$, $y \in \langle -1,5; 1,5 \rangle$, na ose x byly v intervalu $\left\langle 0; \frac{\pi}{2} \right\rangle$ vyneseny všechny velikosti úhlu, ke kterým známe tabulkové hodnoty $\sin x$.



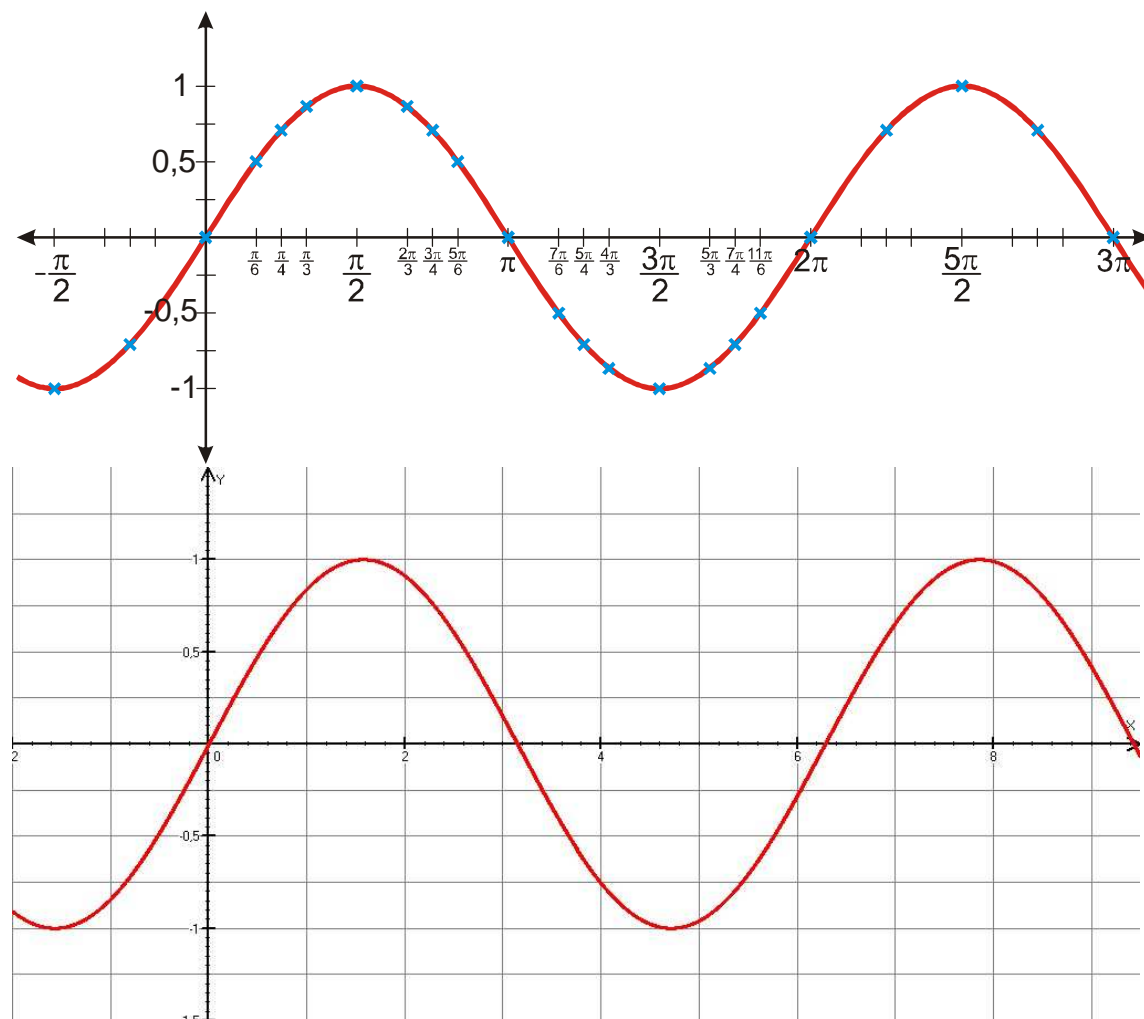
Pedagogická poznámka: Někteří žáci si toho všimnou, ale mnoho jich přehlédne, že vodorovná osa není označkována stejnoměrně. Je dobré na to upozornit. Stejně tak je při vynášení hodnot dát pozor na správné umístění ve svislém směru. Setkal jsem se s tím, že hodnota 0,5 byla vynášena do čtvrtinové vzdálenosti mezi 0 a 1, aby tak možné hodnoty byly na ose y rozmístěny rovnoměrně.

Pedagogická poznámka: Doplnování tabulky i kreslení grafů by u každé funkce mělo probíhat najednou s případnou kontrolou pomocí jednotkové kružnice, aby studenti získali představu o souvislosti i plynulosti obou funkcí. Pokud někdo nestihne oba grafy při hodině, musí je dodělat za domácí úkol.

Př. 3: Doplnuj v tabulce postupně hodnoty funkcí $\sin(x)$ pro všechny uvedené úhly z intervalu $\langle 0; 2\pi \rangle$ a zakresluj získané hodnoty do grafu funkce $\sin(x)$. Na základě periodičnosti funkce $\sin(x)$ doplň v grafu hodnoty i pro $x \notin \langle 0; 2\pi \rangle$.

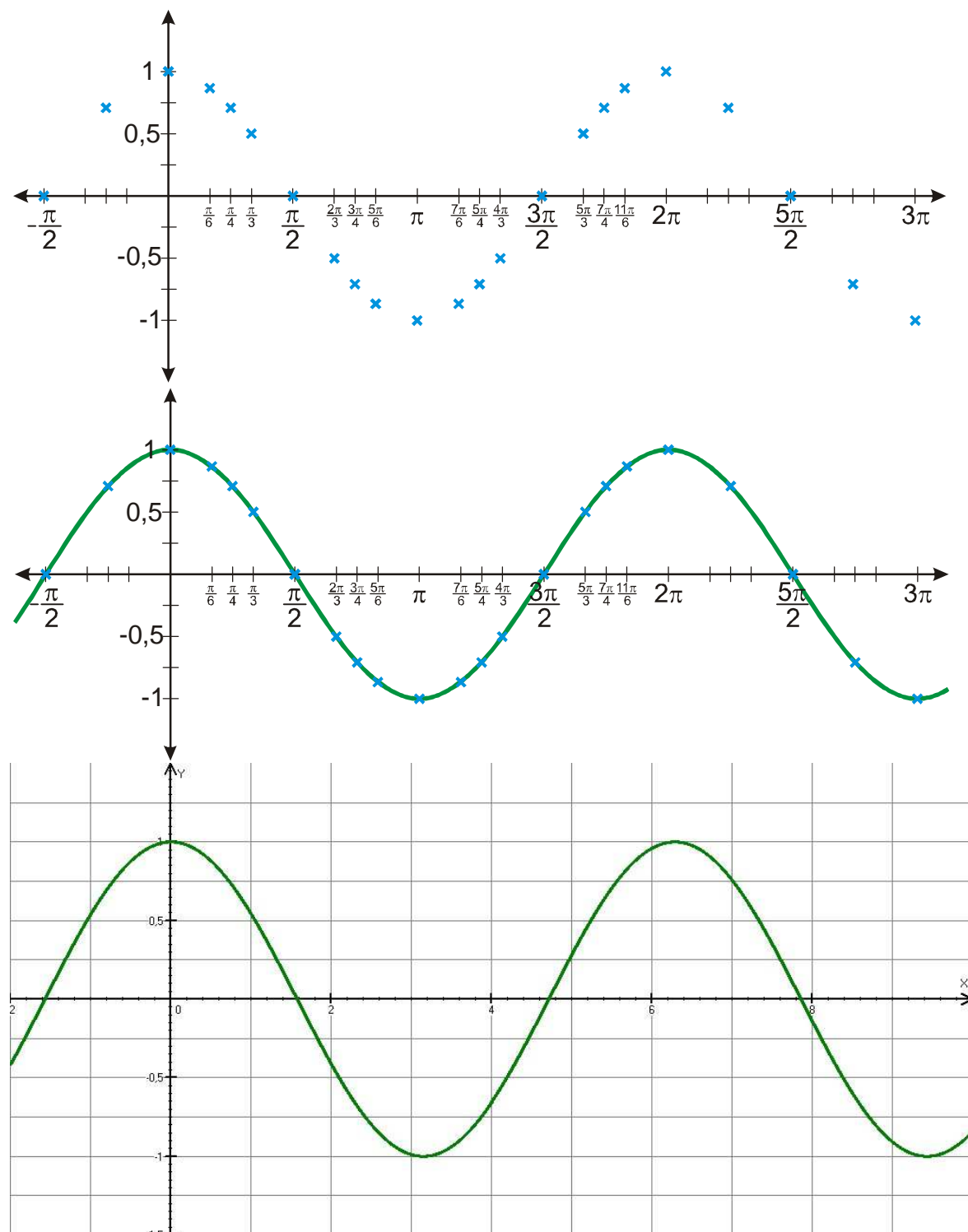


Př. 4: Zakreslenými body prolož hladkou spojitou křivku a tak vytvoř graf funkce $y = \sin x$. Ověř správnost výsledku pomocí libovolného počítačového programu.



Křivka, kterou jsme získali jako graf funkce $y = \sin x$, se nazývá **sinusoida**.

Př. 5: Doplněj v tabulce postupně hodnoty funkcí $\cos(x)$ pro všechny uvedené úhly z intervalu $\langle 0; 2\pi \rangle$ a zakresluj získané hodnoty do grafu funkce $\cos(x)$. Na základě periodičnosti funkce $\cos(x)$ doplň v grafu hodnoty i pro $x \notin \langle 0; 2\pi \rangle$.



Křivka grafu funkce $y = \cos x$ se nazývá **kosinusoida**. Je podobná sinusoidě, pouze je posunutá o $\frac{\pi}{2}$ vlevo.

Shrnutí: