

3.5.11 Stejnolehlost I

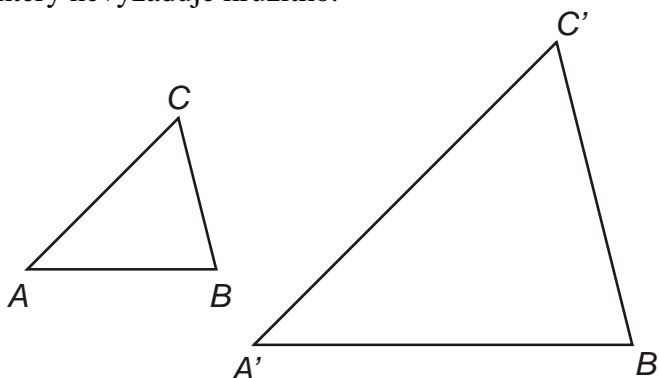
Předpoklady: 3510

Shodné zobrazení: obrazem úsečky je úsečka s ní shodná

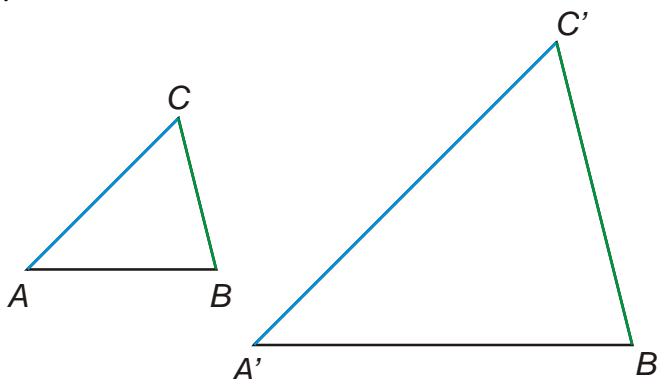
Podobné zobrazení: obrazem úsečky je úsečka jiné velikosti. Poměr velikosti obrazu a vzoru je u všech zobrazovaných úseček stejný.

Pedagogická poznámka: Pokud máte hodně času a třídu dobrou v přemýšlení můžete zkusit hodinu tak, jak je napsána. Pak zabere dvě vyučovací hodiny. Pokud jsou podmínky normální (a tedy méně příznivé) doporučuji tuto hodinu přeskočit a začít další hodinou.

Př. 1: Narýsuj libovolný obecný trojúhelník ABC a jeho obraz v libovolném podobném zobrazení tak, aby odpovídající si strany trojúhelníků ABC a $A'B'C'$ byly rovnoběžné. Příklad narýsuj tak, aby oba trojúhelníky ležely vedle sebe a vedle menšího z nich bylo prázdné místo. Například tak, jak je nakresleno na obrázku. Čím je menší rozdíl ve velikosti trojúhelníků, tím větší musí být volné místo. Najdi takový způsob konstrukce, který nevyžaduje kružítko.

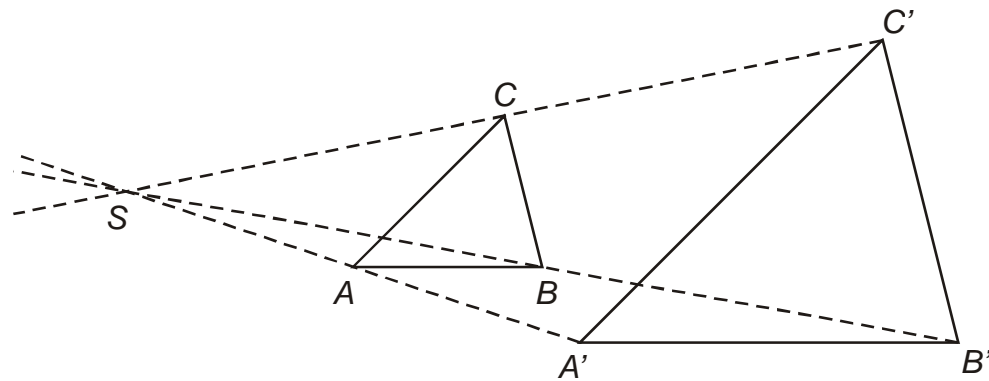


Jeden z trojúhelníků nakreslíme libovolně. Z druhého trojúhelníků nakreslíme jednu ze stran a zbývající doděláme jako rovnoběžky.



Pedagogická poznámka: Opět je dobré studenty kontrolovat zda kreslí obecné trojúhelníky. Mají tendenci ke kreslení rovnoramenných nebo rovnostranných, ze kterých se samozřejmě špatně poznává, které strany k sobě patří.

Př. 2: U trojúhelníků narysovaných v minulém příkladě spoj odpovídající si body přímkami.



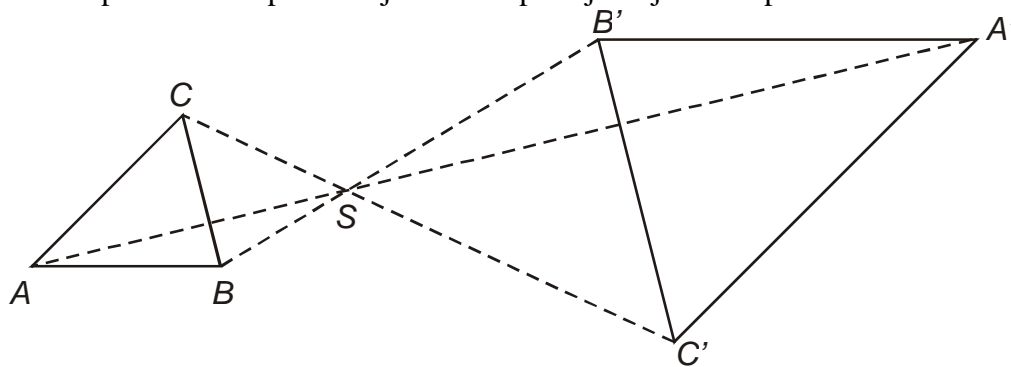
Zobrazení připomíná funkci projektoru. Paprsky vycházejí z jednoho místa a velikost obrazu je dána tím, jak daleko od středu umístíme plátno.

Př. 3: Všechny tři přímky narysované v předchozím příkladě se protínají v jediném bodě. V obrázku naměř stran obou trojúhelníků a délky úseček mezi vrcholy trojúhelníku a bodem S . Spočti poměry velikostí odpovídajících si úseček.

$$\begin{array}{l} \frac{|A'S|}{|AS|} = \frac{6,3 \text{ cm}}{3,2 \text{ cm}} = 2 \\ \frac{|A'B'|}{|AB|} = \frac{5 \text{ cm}}{2,5 \text{ cm}} = 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \frac{|B'S|}{|BS|} = \frac{11,2 \text{ cm}}{5,6 \text{ cm}} = 2 \\ \frac{|A'C'|}{|AC|} = \frac{5,7 \text{ cm}}{2,9 \text{ cm}} = 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \frac{|C'S|}{|CS|} = \frac{10,2 \text{ cm}}{5,1 \text{ cm}} = 2 \\ \frac{|B'C'|}{|BC|} = \frac{4,1 \text{ cm}}{2,1 \text{ cm}} = 2 \end{array}$$

⇒ všechny poměry se přibližně rovnají stejnému číslu

Zadání předchozího příkladu je možné splnit ještě jedním způsobem:



Opět platí:

$$\begin{array}{l} \frac{|A'S|}{|AS|} = \frac{8,5 \text{ cm}}{4,3 \text{ cm}} = 2 \\ \frac{|A'B'|}{|AB|} = \frac{5 \text{ cm}}{2,5 \text{ cm}} = 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \frac{|B'S|}{|BS|} = \frac{3,9 \text{ cm}}{1,9 \text{ cm}} = 2 \\ \frac{|A'C'|}{|AC|} = \frac{5,7 \text{ cm}}{2,9 \text{ cm}} = 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \frac{|C'S|}{|CS|} = \frac{4,7 \text{ cm}}{2,4 \text{ cm}} = 2 \\ \frac{|B'C'|}{|BC|} = \frac{4,1 \text{ cm}}{2,1 \text{ cm}} = 2 \end{array}$$

⇒ všechny poměry se přibližně rovnají stejnému číslu

Př. 4: Zobrazení, ve kterém je zobrazen trojúhelník ABC na trojúhelník $A'B'C'$ se nazývá **stejnolehlost (homotetie)**. Čím je stejnolehlost určena? Jaký je rozdíl mezi oběma

výše naryšovanými stejnolehlostmi? Navrhni, jak tento rozdíl zachytit pomocí parametrů určujících stejnolehlost.

Obě stejnolehlosti jsou určeny:

- polohou středu (místa, kde se protínaly přímky AA' , BB' , CC')
- poměrem $\frac{\text{velikost obrazu}}{\text{velikost vzoru}}$

Obě naryšované stejnolehlosti se lišily tím, zda jsou obraz i vzor na stejné straně vzhledem ke středu. Přesněji: zda polopřímky SA a SA' splývají nebo jsou navzájem opačné.

Rozdíl bychom mohli zachytit pomocí poměru:

- kladný poměr – polopřímky SA a SA' splývají (body jsou na stejné straně)
- záporný poměr – polopřímky SA a SA' jsou navzájem opačné (body jsou na opačných stranách)

Př. 5: Vyber si libovolnou z dosud vyslovených definic shodností a sestav podle tohoto vzoru definici stejnolehlosti. Poměr $\frac{\text{velikost obrazu}}{\text{velikost vzoru}}$ se nazývá koeficient stejnolehlosti a značí se κ .

Pro sestavení definice stejnolehlosti si vybereme definici středové souměrnosti. Obě zobrazení jsou určeny středem a v obou sestrojíme polopřímku SA .

Jsou dány dva různé body X, S . Středová souměrnost je shodné zobrazení $S(S)$, které přiřazuje:

1. každému bodu $X \neq S$ bod X' tak, že bod S je středem úsečky XX' .
2. bodu S bod $S' = S$.

Definice stejnolehlosti:

Je dán bod S a reálné číslo κ , ($\kappa \neq 0$). Stejnolehlost (homeotetie) se středem S a koeficientem κ je zobrazení $H(S, \kappa)$, které přiřazuje:

1. každému bodu $X \neq S$ bod X' tak, že platí $|SX'| = |\kappa| \cdot |SX|$; přitom pro $\kappa > 0$ leží bod na polopřímce SX , pro $\kappa < 0$ leží na polopřímce k ní opačné
2. bodu S bod $S' = S$.

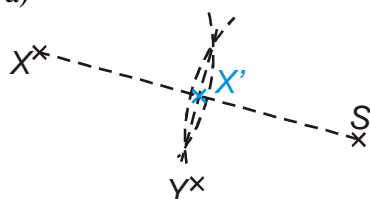
Pedagogická poznámka: U předchozího příkladu nejdříve společně zkontrolujeme výběr vzorové definice (středová souměrnost) a poté studenti samostatně zkoušení definici předělat. Často zapominají na podmínku $\kappa \neq 0$ a mají problémy s používáním polopřímek. Kontrolu samozřejmě děláme společně.

Př. 6: Jsou dány body S, X, Y . Sestroj body:

a) $X'; H(S; 0,5): X \rightarrow X'$

b) $Y'; H(S; -2): Y \rightarrow Y'$

a)

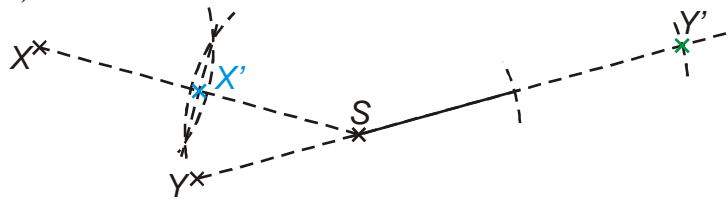


1. $X; Y; S$

2. XS

3. $X'; X' \in XS; |XS| = 2|X'S|$

b)



1. YS
- 2.

$$Y'; Y' \in YS; Y' \notin \rightarrow SY; |Y'S| = 2|YS|$$

Shrnutí: