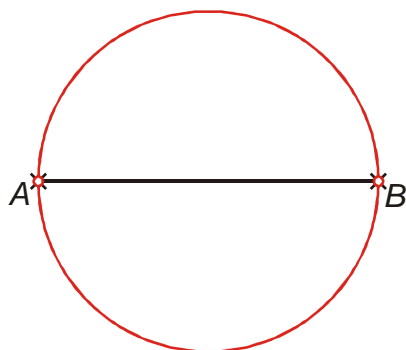


3.4.4 Množiny bodů dané vlastnosti II

Předpoklady: 3403

Př. 1: Urči množinu vrcholů všech pravých úhlů, jejichž ramena procházejí danými body A, B .

Hledáme množinu všech bodů, ze kterých je úsečka AB vidět pod pravým úhlem \Rightarrow hledáme Thaletovu kružnici.

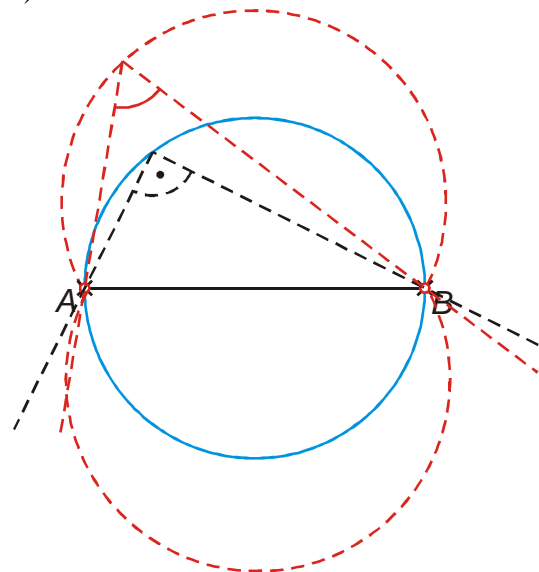


Symbolicky píšeme $\tau_{AB} = \{X \in \rho; |\sphericalangle AXB| = 90^\circ\}$

Př. 2: Nakresli úsečku AB a množinu vrcholů všech pravých úhlů, jejichž ramena procházejí danými body A, B . Zkus odhadnout, jak bude vypadat množina vrcholů všech úhlů:

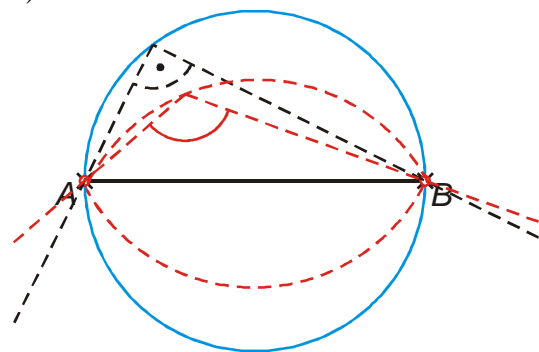
- a) o velikosti 60°
 - b) o velikosti 130°
- jejichž ramena prochází danými body A, B .

a) o velikosti 60°



Na Thaletově kružnici leží body, ze kterých je úsečka AB vidět pod úhlem 90° . Pokud se posuneme z Thaletovy kružnice směrem „ven od úsečky“, velikost úhlu, jehož ramena procházejí body A, B se zmenší \Rightarrow hledanou množinu tvoří body, které leží dále od úsečky než body Thaletovy kružnice.

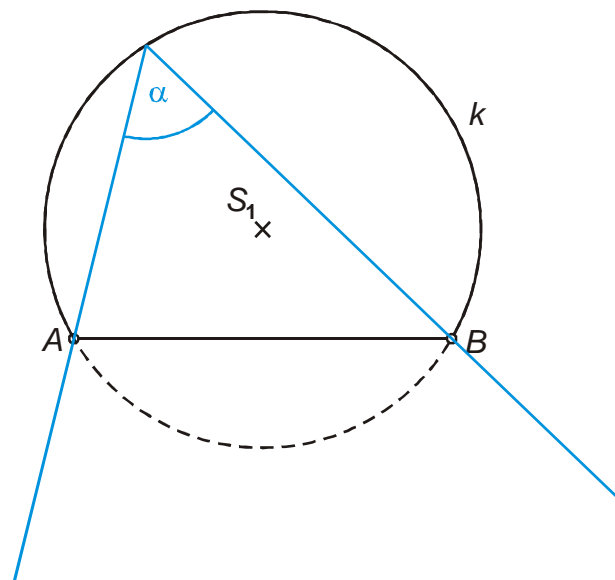
b) o velikosti 130°



Na Thaletově kružnici leží body, ze kterých je úsečka AB vidět pod úhlem 90° . Pokud se posuneme z Thaletovy kružnice směrem „dovnitř k úsečce“, velikost úhlu, jehož ramena procházejí body A, B se zvětší \Rightarrow hledanou množinu tvoří body, které leží blíže k úsečce než body Thaletovy kružnice.

Množina vrcholů všech úhlů o velikosti α , jejichž ramena procházejí danými body A, B ($A \neq B$), tj. množina všech bodů z nichž vidíme danou úsečku AB pod daným úhlem α , jsou dva shodné otevřené kružnicové oblouky k_1, k_2 s krajními body A, B . $\{X \in \rho; |\sphericalangle AXB| = \alpha\} = k_1 \cup k_2 \setminus \{A, B\}$

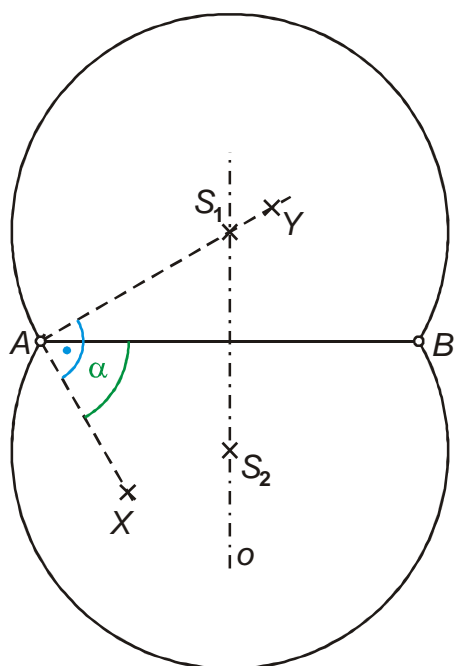
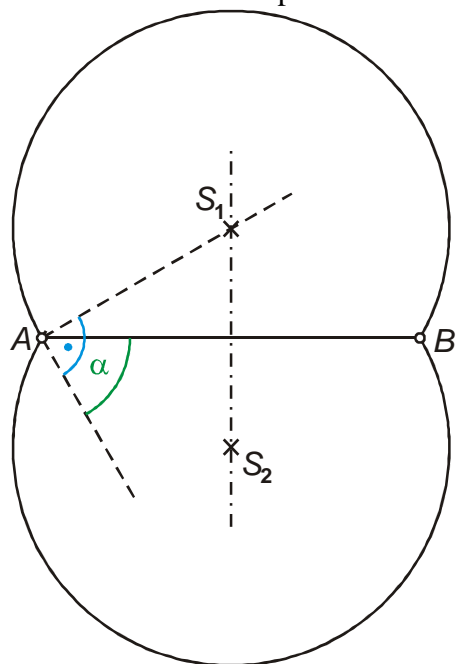
Př. 3: Dokaž, že pokud jeden z bodů na kružnicovém oblouku splňuje podmínku „z tohoto bodu je úsečka AB vidět pod úhlem α “, splňují ji i všechny ostatní body na tomto oblouku.



Úhel α je pro kružnici k obvodovým úhlem vzhledem k oblouku $AB \Rightarrow$ každý další úhel s vrcholem na tomto kružnicovém oblouku bude opět obvodovým úhlem kružnice k vzhledem k oblouku AB a bude mít stejnou velikost α .

Př. 4: Na obrázku je zakreslena konstrukce kruhových oblouků pro množinu bodů, ze kterých je úsečka AB vidět pod úhlem $\alpha = 60^\circ$. Narýsuj tuto množinu pro danou

úsečku AB . Sestav zápis konstrukce.

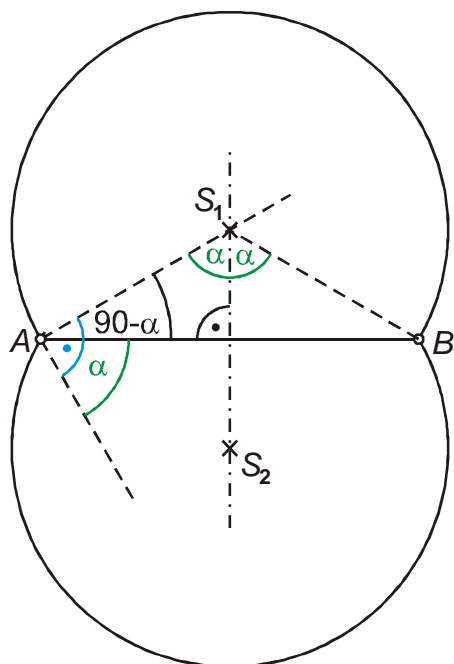


1. AB
2. $\mapsto AX, |\sphericalangle BAX| = \alpha = 60^\circ$
3. $o = \{X \in \rho; |AX| = |BX|\}$
4. $\mapsto AY; AY \perp AX; \mapsto AY \cap o = S_1$
5. $S_2; S_2 \in o; |S_2 \leftrightarrow AB| = |S_1 \leftrightarrow AB|$
6. $k_1(S_1; |S_1A|)$
7. $k_2(S_2; |S_2A|)$

Pedagogická poznámka: Studenti nemají s předchozím příkladem problémy. Téměř vždy se však objeví pár jednotlivců, kteří sestrojí osu úsečky a ihned poté označí pomocné body, které pro její konstrukci použili jako body S_1, S_2 . Na tyto studenty je nutné dávat větší pozor, zřejmě pracují zcela automaticky a nemají ponětí o smyslu toho, co právě dělají.

Př. 5: Dokaž správnost konstrukce množiny bodů, ze kterých je úsečka vidět pod úhlem α , použité v předchozím příkladě.

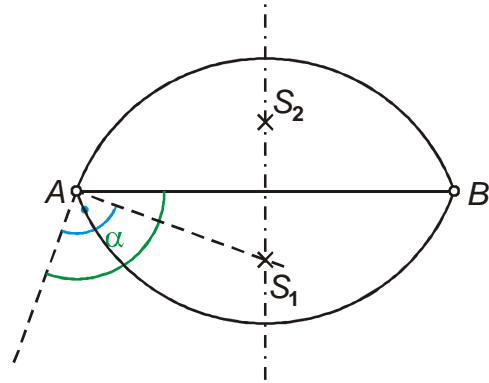
Dopočteme úhly vyznačené na obrázku:



Úhel AS_1B je středovým úhlem kružnice k vzhledem k oblouku AB . Jeho velikost je $2\alpha \Rightarrow$ všechny obvodové úhly tohoto oblouku vzhledem ke kružnici k budou mít velikost α .

Př. 6: Je dána úsečka AB . Narýsuj množinu všech bodů, ze kterých je tato úsečka vidět pod úhlem 110° .

Použijeme stejný postup jako při konstrukci množiny bodů pro úhel 60° , pouze vytáhneme opačnou (menší) část kružnice.

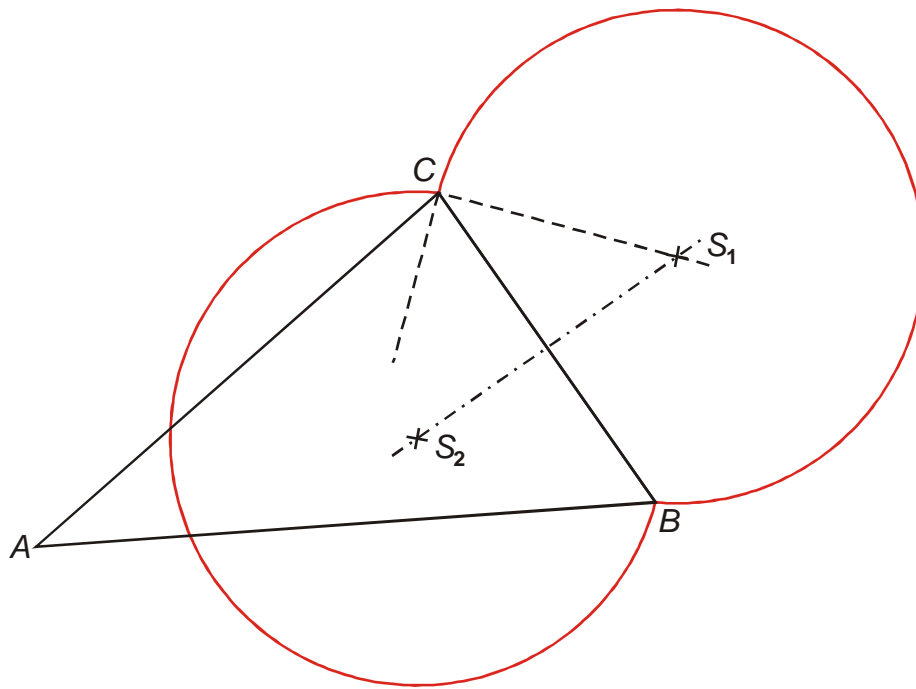


Pedagogická poznámka: Část studentů automaticky vytahuje nesprávné části oblouků.

Odkazují je na výsledek příkladu 2 s tím, že je třeba, aby při řešení příkladu měli obecnou představu o tom, jak má výsledek vypadat.

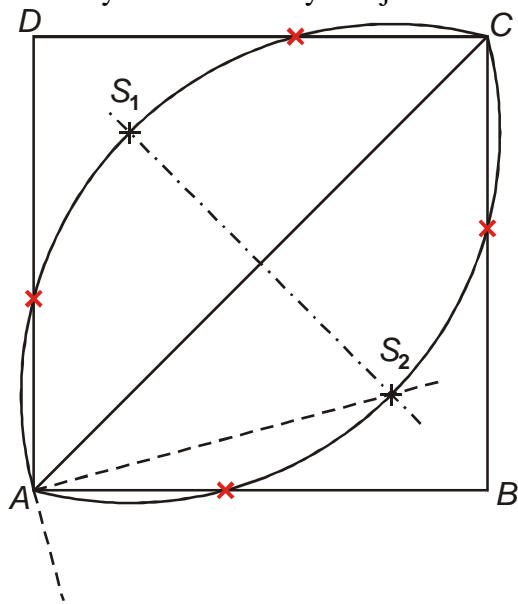
Př. 7: Je dán libovolný trojúhelník ABC . Narýsuj množinu všech bodů, ze kterých je strana BC vidět pod úhlem 50° . Ověř přesnost rýsování úhloměrem.

Stejná konstrukce jako v předchozích případech.



Př. 8: Je dán čtverec $ABCD$. Na jeho obvodu najdi všechny body X , ze kterých je úhlopříčka AC vidět pod úhlem 120° .

Nakreslíme množinu bodů, ze kterých je úhlopříčka AC vidět pod úhlem 120° . Průsečíky této množiny se stranami krychle jsou hledané body.



Př. 9: Petáková:
strana 76/cvičení 2 c) e) h)

Shrnutí: Množinou všech bodů z nichž vidíme danou úsečku AB pod daným úhlem α jsou dva shodné otevřené kružnicové oblouky k_1, k_2 s krajními body A, B .