



$$\frac{x}{20} = \frac{2\pi r}{360} \Rightarrow x = \frac{20}{360} \cdot 2\pi r = \frac{\pi}{9} r$$

Oblouk se středovým úhlem  $20^\circ$  má délku  $\frac{\pi}{9} r$

b)  $\alpha$

použijeme přímou úměrnost:

$$\begin{array}{ccc} 360^\circ & \dots & 2\pi r \\ \alpha & \dots & x \end{array}$$

$$\frac{x}{\alpha} = \frac{2\pi r}{360} \Rightarrow x = \frac{\alpha}{360} \cdot 2\pi r = \frac{\alpha\pi}{180} r$$

Oblouk se středovým úhlem  $\alpha$  má délku  $\frac{\alpha}{180} \pi r$

**Př. 4:** Dopln tabulku:

středový úhel [otáčky]	středový úhel [ $^\circ$ ]	délka oblouku o poloměru $r_1$	délka oblouku o poloměru $r_2$
otáčka	$360^\circ$	$2\pi r_1$	
půlotáčka			
	$90^\circ$		
desetina otáčky			
	$20^\circ$		

středový úhel [otáčky]	středový úhel [ $^\circ$ ]	délka oblouku o poloměru $r_1$	délka oblouku o poloměru $r_2$
otáčka	$360^\circ$	$2\pi r_1$	$2\pi r_2$
půlotáčka	$180^\circ$	$\pi r_1$	$\pi r_2$
čtvrt otáčky	$90^\circ$	$\frac{\pi}{2} r_1$	$\frac{\pi}{2} r_2$
desetina otáčky	$36^\circ$	$\frac{\pi}{5} r_1$	$\frac{\pi}{5} r_2$
osmnáctina otáčky	$20^\circ$	$\frac{\pi}{9} r_1$	$\frac{\pi}{9} r_2$

postřehy:

- výpočet délky oblouku ze středového úhlu ve stupních není zrovna pohodlný. Hodnotu ve stupních vydělíme 180 a získaným číslem vynásobíme výraz  $\pi r$
- výrazy pro délky oblouků jsou u obou poloměrů naprosto stejné, liší se pouze v dosazované hodnotě poloměru
- oběma obloukům v jedné řádce odpovídá stejný středový úhel  $\Rightarrow$  výrazy před poloměrem jsou velikostí středového úhlu určenou v nové jednotce (ale pro určování úhlu jde o přirozenou jednotku, umožňující snadný výpočet délky oblouku podle vzorce  $s = \varphi r$ ).

Jednotka úhlu umožňující výpočet délky oblouku vzorcem  $s = \varphi r$  se nazývá **radián**.

**Př. 5:** Najdi v tabulce převodní vztah mezi stupni a radiány.

Každá řádka nám umožňuje napsat takový vztah:  $360^\circ = 2\pi \text{ rad}$ ,  $180^\circ = \pi \text{ rad}$ ,  $90^\circ = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$ ,

$$36^\circ = \frac{\pi}{5} \text{ rad atd.}$$

Platí:

$$1 \text{ otáčka} = 360^\circ = 2\pi \text{ rad}$$

Pokud udáváme velikost úhlu v radiánech, říkáme, že používáme **obloukovou míru** (radiány usnadňují výpočet délky oblouku).

Rozlišujeme:

- $\alpha \Rightarrow$  velikost úhlu v míře stupňové
- $\text{arc } \alpha \Rightarrow$  velikost úhlu v míře obloukové

**Pedagogická poznámka:** Bavíme se ze studenty o tom, proč je nejlepší z uvedených vztahů pro převádění stupňů a radiánů vztah  $360^\circ = 2\pi \text{ rad}$  (je v něm schována myšlenka radiánů jako snadného výpočtu délky oblouku, výraz vpravo je přece téměř vzorcem pro obvod kružnice).

**Př. 6:** Je dána kružnice o poloměru  $r$ . Urči délku oblouku této kružnice se středovým úhlem: a) 1 rad                      b) 0,5 rad                      c)  $0,1\pi \text{ rad}$

Středový úhel je v radiánech  $\Rightarrow$  použijeme vzorec  $s = \varphi r$ .

a) 1 rad:  $s = \varphi r = 1 \cdot r = r$

b) 0,5 rad:  $s = \varphi r = 0,5 \cdot r = 0,5r$

c)  $0,1\pi \text{ rad}$ :  $s = \varphi r = 0,1\pi \cdot r = 0,1\pi r$

Opravdu nejde o obtížné počítání.

Ze vzorce  $s = \varphi r$  vychází i definice radiánu:

**1 radián je středový úhel který na kružnici s poloměrem  $r$  vytkne oblouk o délce  $r$ .**

**Př. 7:** Vypočti velikost 1 radiánu ve stupních.

$$360^\circ = 2\pi \text{ rad} \quad /:2\pi$$


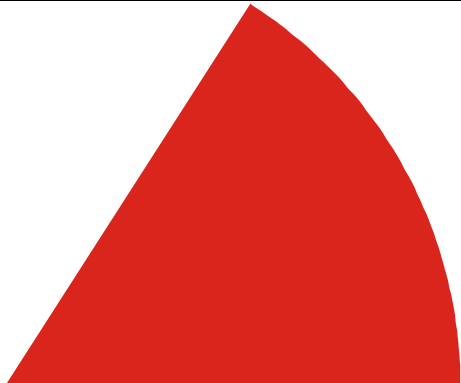
$$1 \text{ rad} = \frac{360^\circ}{2\pi} \doteq 57,295^\circ$$

**Př. 8:** Vypočti velikost 1 stupně v radiánech.

$$360^\circ = 2\pi \text{ rad} \quad /:360$$

$$1^\circ = \frac{2\pi}{360} \text{ rad} = \frac{\pi}{180} \text{ rad} \doteq 0,01745 \text{ rad}$$

Mnozí se brání používání radiánů, protože pro lidské uvažování není přirozenou jednotkou. I když není jednoduché si představit rozdělení kruhu na 6,283185307... částí, 1 radián není o nic méně představitelný než jeden stupeň, jak ukazuje následující obrázek:

výseč se středovým úhlem 1 stupeň	výseč se středovým úhlem 1 radián
	

Sestavit celý kruh je dokonce značně jednodušší pomocí radiánových výsečí než pomocí výsečí stupňových:



Poslední výseč prostě není celá.

**Př. 9:** Převed'  $60^\circ$  na radiány. Výsledek vyjádři v přesném tvaru pomocí čísla  $\pi$ .

$$360^\circ = 2\pi \text{ rad} \Rightarrow 1^\circ = \frac{2\pi}{360} \text{ rad}$$

$$60^\circ = 60 \cdot \frac{2\pi}{360} = \frac{120\pi}{360} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

**Př. 10:** Vyjádři v radiánech v přesném tvaru pomocí  $\pi$ :

a)  $45^\circ$

b)  $90^\circ$

c)  $210^\circ$

$$\text{a) } 45^\circ = 45 \cdot \frac{2\pi}{360} = \frac{90\pi}{360} = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

$$\text{b) } 90^\circ = 90 \cdot \frac{2\pi}{360} = \frac{180\pi}{360} = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$\text{c) } 210^\circ = 210 \cdot \frac{2\pi}{360} = \frac{420\pi}{360} = \frac{7}{6} \pi \text{ rad}$$

**Př. 11:** Vyjádři ve tvaru desetinného čísla s přesností na dvě desetinná místa v radiánech velikosti úhlů:

- a)  $70^\circ$                       b)  $358^\circ$                       c)  $181^\circ$

a)  $70^\circ$

$$70^\circ = 70 \cdot \frac{2\pi}{360} = \frac{7\pi}{36} = 1,22 \text{ rad}$$

b)  $358^\circ$

$$358^\circ = 358 \cdot \frac{2\pi}{360} = 6,25 \text{ rad}$$

c)  $181^\circ$

$$181^\circ = 181 \cdot \frac{2\pi}{360} = 3,16 \text{ rad}$$

**Př. 12:** Vyjádři ve stupních  $\frac{1}{6}\pi$  rad .

$$360^\circ = 2\pi \text{ rad} \Rightarrow \frac{360^\circ}{2\pi} = 1 \text{ rad}$$

$$\frac{1}{6}\pi \text{ rad} = \frac{1}{6}\pi \cdot \frac{360^\circ}{2\pi} = \frac{180^\circ}{6} = 30^\circ$$

**Př. 13:** Vyjádři ve stupních:

- a)  $\frac{2}{3}\pi$  rad                      b)  $\frac{3}{2}\pi$  rad                      c)  $\frac{5}{6}\pi$  rad

$$360^\circ = 2\pi \text{ rad} \Rightarrow \frac{360^\circ}{2\pi} = 1 \text{ rad}$$

a)  $\frac{2}{3}\pi$  rad

$$\frac{2}{3}\pi \text{ rad} = \frac{2}{3}\pi \cdot \frac{360^\circ}{2\pi} = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$$

b)  $\frac{3}{2}\pi$  rad

$$\frac{3}{2}\pi \text{ rad} = \frac{3}{2}\pi \cdot \frac{360^\circ}{2\pi} = \frac{3 \cdot 360^\circ}{4} = 270^\circ$$

c)  $\frac{5}{6}\pi$  rad

$$\frac{5}{6}\pi \text{ rad} = \frac{5}{6}\pi \cdot \frac{360^\circ}{2\pi} = \frac{5 \cdot 60^\circ}{2} = 150^\circ$$

**Př. 14:** Vyjádři ve tvaru desetinného čísla s přesností na dvě desetinná místa ve stupních

velikosti úhlů: a)  $\frac{\pi}{15}$  rad    b)  $1,1\pi$  rad    c) 5 rad    d) 0,25 rad

a)  $\frac{\pi}{15}$  rad

$$\frac{\pi}{15} \text{ rad} = \frac{\pi}{15} \cdot \frac{360}{2 \cdot \pi}^\circ = 12^\circ$$

b)  $1,1\pi$  rad

$$1,1\pi \text{ rad} = 1,1\pi \cdot \frac{360}{2 \cdot \pi}^\circ = 198^\circ$$

c) 5 rad

$$5 \text{ rad} = 5 \cdot \frac{360}{2 \cdot \pi}^\circ = 286,48^\circ$$

d) 0,25 rad

$$0,25 \text{ rad} = 0,25 \cdot \frac{360}{2 \cdot \pi}^\circ = 14,32^\circ$$

**Př. 15:** Petáková:

strana 40/cvičení 1  $\alpha$ )  $\omega$ )

strana 40/cvičení 2  $\alpha$ )

strana 40/cvičení 3  $x_1$

strana 40/cvičení 4  $y_1$ )  $y_4$ )

**Shrnutí:** Oblouková míra (radiány) umožňuje při výpočtu délky oblouku používat vzorec  $s = \varphi \cdot r$ .