

## 2.9.20 Logaritmické rovnice II

**Př. 1:** Vyřeš rovnice:

$$\text{a) } \log_3(2x-1) = 2\log_3 4 - 3\log_3 2 \qquad \text{b) } \frac{\log_4 x - 1}{0,5 + \log_4 3} = 1$$

$$\text{c) } \log_3(x-1) + \log_3(x+1) = 1$$

$$\text{a) } \log_3(2x-1) = 2\log_3 4 - 3\log_3 2 \qquad \text{Podmínky: } 2x-1 > 0 \Rightarrow x > \frac{1}{2}$$

**Problém:** Na pravé straně potřebujeme jenom jeden logaritmus  $\Rightarrow$  pomocí pravidel pro počítání s logaritmy musíme vytvořit jediný logaritmus.

$$\log_3(2x-1) = 2\log_3 4 - 3\log_3 2 \qquad \log_3(2x-1) = \log_3 4^2 - \log_3 2^3$$

$$\log_3(2x-1) = \log_3 \frac{4^2}{2^3} = \log_3 \frac{2^4}{2^3} = \log_3 2 \quad - \text{rovnost logaritmů} \Rightarrow \text{můžeme odlogaritmovat.}$$

$$2x-1=2 \qquad 2x=3 \qquad x=\frac{3}{2} \quad - \text{vyhovuje podmínce} \Rightarrow K = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$$

$$\text{b) } \frac{\log_4 x - 1}{0,5 + \log_4 3} = 1 \qquad \text{Podmínka: } x > 0.$$

$$\log_4 x - 1 = 0,5 + \log_4 3 \qquad \log_4 x - \log_4 4 = \log_4 4^{0,5} + \log_4 3$$

$$\log_4 \frac{x}{4} = \log_4 2 \cdot 3 \qquad \frac{x}{4} = 6 \qquad x = 24 \qquad K = \{24\}$$

$$\text{c) } \log_3(x-1) + \log_3(x+1) = 1 \qquad \text{Podmínky: } x > 1, x > -1.$$

$$\log_3[(x-1)(x+1)] = \log_3 3 \quad (x+1)(x-1) = 3 \quad x^2 - 1 = 3$$

$$x^2 - 4 = 0 \quad (x-2)(x+2) = 0 \quad x_1 = 2 \quad x_2 = -2 \quad - \text{nevyhovuje} \quad K = \{2\}$$

**Př. 2:** Vyřeš rovnici  $\log_6 \sqrt{x+16} + \log_6 \sqrt{x} = 1$

Podmínky:  $x > -16, x > 0$

$$\log_6 \sqrt{x+16} + \log_6 \sqrt{x} = 1 \quad \log_6 \left[ (x+16)^{\frac{1}{2}} \right] + \log_6 \left[ (x)^{\frac{1}{2}} \right] = 1$$

$$\frac{1}{2} \log_6(x+16) + \frac{1}{2} \log_6 x = 1 \quad / \cdot 2 \quad \log_6(x+16) + \log_6 x = 2$$

$$\log_6 x(x+16) = \log_6 6^2 \quad x(x+16) = 36 \quad x^2 + 16x - 36 = 0$$

$$(x+18)(x-2) = 0 \quad x_1 = -18 \quad - \text{nevyhovuje podmínce} \quad x_2 = 2 \quad K = \{2\}$$

**Př. 3:** Vyřeš rovnice:

$$\text{a) } 2\log 2x^2 + 4\log x^3 + 2\log 3 = 3\log x^4 + 2 + \log x^2$$

$$\text{b) } \log_2 \sqrt{x} + \log_2 2x^2 - \log_2 3x^3 = \log_2 \frac{1}{x^2} + \log_2 \frac{x^2}{3}$$

$$\text{a) } 2\log 2x^2 + 4\log x^3 + 2\log 3 = 3\log x^4 + 2 + \log x^2 \qquad \text{Podmínka: } x > 0.$$

$$\log(2x^2)^2 + \log(x^3)^4 + \log 3^2 = \log(x^4)^3 + \log 10^2 + \log x^2$$

$$\log(4x^4 \cdot x^{12} \cdot 9) = \log(x^{12} \cdot 100 \cdot x^2) \quad 4x^4 \cdot x^{12} \cdot 9 = x^{12} \cdot 100 \cdot x^2$$

$$36x^2 = 100 \quad x^2 = \frac{25}{9} \Rightarrow x_1 = \frac{5}{3}, x_2 = -\frac{5}{3} \text{ (tento kořen zakazují podmínky)}$$

$$K = \left\{ \frac{5}{3} \right\}$$

$$\text{b) } \log_2 \sqrt{x} + \log_2 2x^2 - \log_2 3x^3 = \log_2 \frac{1}{x^2} + \log_2 \frac{x^2}{3} \quad \text{Podmínka: } x > 0.$$

$$\log_2 \frac{\sqrt{x} \cdot 2x^2}{3x^3} = \log_2 \frac{x^2}{x^2 \cdot 3} \quad \text{- odlogaritmuje a pkrátíme.}$$

$$\frac{\sqrt{x} \cdot 2}{3x} = \frac{1}{3} \quad x = \sqrt{x} \cdot 2 \quad /^2 \quad x^2 = 4x \quad x > 0 \Rightarrow \text{můžeme dělit } x$$

$$x = 4 \quad K = \{4\}$$

**Př. 4:** Vyřeš rovnice:

$$\text{a) } \log_2 \frac{x+2}{2x-1} = -2$$

$$\text{b) } \frac{\log_\pi(10+3x)}{\log_\pi(x+4)} = 2$$

$$\text{a) } \log_2 \frac{x+2}{2x-1} = -2 \quad \text{Podmínky: } \frac{x+2}{2x-1} > 0 \Rightarrow \text{radši vyzkoušíme až vypočtené hodnoty.}$$

$$\log_2 \frac{x+2}{2x-1} = -2 \quad \log_2 \frac{x+2}{2x-1} = \log_2 2^{-2} \quad \log_2 \frac{x+2}{2x-1} = \log_2 \frac{1}{4}$$

$$\frac{x+2}{2x-1} = \frac{1}{4} \quad / \cdot 4(2x-1) \quad 4(x+2) = 2x-1 \quad 4x+8 = 2x-1$$

$$2x = -9 \quad x = -\frac{9}{2} \quad \text{- ještě vyzkoušet podmínku } \frac{x+2}{2x-1} = \frac{-4,5+2}{2 \cdot (-4,5)-1} = \frac{-2,5}{-10} > 0$$

$$K = \left\{ -\frac{9}{2} \right\}$$

$$\text{b) } \frac{\log_\pi(10+3x)}{\log_\pi(x+4)} = 2 \quad \text{Podmínky: } 10+3x > 0 \Rightarrow x > -\frac{10}{3}, x+4 > 0 \Rightarrow x > -4.$$

**Problém:** Nemůžeme udělat vlevo jeden logaritmus, nemáme vzorec, který by dělal z podílu logaritmů jeden logaritmus.

$\Rightarrow$  Vynásobíme rovnici jmenovatelem, abychom druhý logaritmus dostali na pravou stranu.

$$\frac{\log_\pi(10+3x)}{\log_\pi(x+4)} = 2 \quad / \cdot \log_\pi(x+4) \quad \log_\pi(10+3x) = 2 \log_\pi(x+4)$$

$$\log_\pi(10+3x) = \log_\pi(x+4)^2 \quad 10+3x = (x+4)^2 \quad 10+3x = x^2 + 8x + 16$$

$$0 = x^2 + 5x + 6 \quad (x+2)(x+3) = 0 \quad x_1 = -2 \quad x_2 = -3 \quad K = \{-3; -2\}$$

**Př. 5:** Petáková:

strana 35, cvičení 11 b), d), f), g), h), i)

strana 35, cvičení 12 c)

strana 35, cvičení 13 a), c)