

## 2.9.14 Věty o logaritmech I

**Př. 1:** Dopln tabulku:

$x$	0	1	2	3	4	5	6	10
$y = 2^x$	1	2	4	8	16	32	64	1024

**Př. 2:** Zapiš jediným logaritmem a zjednoduš:

a)  $\log_4 8 + \log_4 2$     b)  $\log_6 4 + \log_6 9$     c)  $\log_{0,1} 25 + \log_{0,1} 4$

a)  $\log_4 8 + \log_4 2 = \log_4 16 = 2$                       b)  $\log_6 4 + \log_6 9 = \log_6 36 = 2$

c)  $\log_{0,1} 25 + \log_{0,1} 4 = \log_{0,1} 100 = -2$

**Př. 3:** Zapiš jako součet dvou logaritmů:

a)  $\log_2 6$                       b)  $\log_3 18$                       c)  $\log 7$

a)  $\log_2 6 = \log_2 2 + \log_2 3 = 1 + \log_2 3$                       b)  $\log_3 18 = \log_3 9 + \log_3 2 = 2 + \log_3 2$

c)  $\log 7 = \log 7 + \log 1$

Poslední příklad je podezřelý:  $\log 7 = \log 7 + \log 1$ . Může rovnost platit?

**Př. 4:** Dopln následující větu, tak aby byla rozšířením předchozího vzorce:

Pro každé  $a > 0$ ;  $a \neq 1$  a pro všechna kladná čísla  $r_1, r_2, \dots, r_n$  platí:  $\log_a (r_1 \cdot r_2 \cdots r_n) = \dots$

Pro každé  $a > 0$ ;  $a \neq 1$  a pro všechna kladná čísla  $r_1, r_2, \dots, r_n$  platí:

$$\log_a (r_1 \cdot r_2 \cdots r_n) = \log_a r_1 + \log_a r_2 + \dots + \log_a r_n.$$

**Př. 5:** Zjednoduš výraz  $\log_3 30 - \log_3 5 - \log_3 2$ .

$$\log_3 30 - \log_3 5 - \log_3 2 = \log_3 3 + \log_3 5 + \log_3 2 - \log_3 5 - \log_3 2 = \log_3 3 = 1$$

**Př. 6:** Pomocí vzorce  $\log_a \frac{r}{s} = \log_a r - \log_a s$  zjednoduš:

a)  $\log_2 12 - \log_2 3$                       b)  $\log_3 2 - \log_3 6$

a)  $\log_2 12 - \log_2 3 = \log_2 \frac{12}{3} = \log_2 4 = 2$

b)  $\log_3 2 - \log_3 6 = \log_3 \frac{2}{6} = \log_3 \frac{1}{3} = -1$

**Př. 7:** Zjednoduš bez použití vzorce  $\log_a \frac{r}{s} = \log_a r - \log_a s$  výrazy:

a)  $\log_2 12 - \log_2 3$                       b)  $\log_3 2 - \log_3 6$ .

a)  $\log_2 12 - \log_2 3 = \log_2 4 \cdot 3 - \log_2 3 = \log_2 4 + \log_2 3 - \log_2 3 = \log_2 4 = 2$

b)  $\log_3 2 - \log_3 6 = \log_3 2 - (\log_3 3 + \log_3 2) = -\log_3 3 = -1$

**Př. 8:** Převed' výrazy na logaritmus jediného čísla:

a)  $\log_2 30 - \log_2 5 + \log_2 3 - \log_2 9$

b)  $\log_{0,2} 8 - \log_{0,2} 100 + \log_{0,2} 0,5$

a)  $\log_2 30 - \log_2 5 + \log_2 3 - \log_2 9 = \log_2 \frac{30 \cdot 3}{9 \cdot 5} = \log_2 \frac{2 \cdot 15 \cdot 3}{3 \cdot 3 \cdot 5} = \log_2 2 = 1$

b)  $\log_{0,2} 8 - \log_{0,2} 100 + \log_{0,2} 0,5 = \log_{0,2} \frac{8 \cdot 0,5}{100} = \log_{0,2} 0,04 = 2$

**Př. 9:** Zjednoduš výrazy:

a)  $\log_5 90 - 2 \log_5 3 - \log_5 2$

b)  $3 \log_3 2 - \log_3 24$ .

a)

$$\log_5 90 - 2 \log_5 3 - \log_5 2 = \log_5 9 + \log_5 10 - 2 \log_5 3 - \log_5 2 =$$

$$\log_5 3 + \log_5 3 + \log_5 5 + \log_5 2 - 2 \log_5 3 - \log_5 2 = \log_5 5 = 1$$

b)

$$3 \log_3 2 - \log_3 24 = 3 \log_3 2 - (\log_3 4 + \log_3 6) =$$

$$= 3 \log_3 2 - (\log_3 2 + \log_3 2 + \log_3 2 + \log_3 3) = -\log_3 3 = -1$$

**Př. 10:** Najdi vztah pro odstranění mocniny z výrazu uvnitř logaritmu:  $\log_a (r^s) =$ .

$$\log_2 2^3 = \log_2 2 \cdot 2 \cdot 2 = \log_2 2 + \log_2 2 + \log_2 2 = 3 \log_2 2$$

$\log_2 2^3 = 3 \log_2 2 \Rightarrow$  exponent čísla uvnitř logaritmu „spadnul“ před logaritmus  $\Rightarrow$  zřejmě

platí:  $\log_a (r^s) = s \log_a r$ .

$$\text{Ověříme: } \log_a (r^s) = \log_a \left( \overbrace{r \cdot r \cdot \dots \cdot r}^{\text{skrát}} \right) = \overbrace{\log_a r + \log_a r + \dots + \log_a r}^{\text{skrát}} = s \log_a r.$$

**Př. 11:** Petáková:

strana 31/cvičení 72 b) c)

strana 31/cvičení 73 c) e)