2.9.8 Exponenciální nerovnice I

Př. 1: Vyřeš nerovnici $2^t \geq \sqrt{2}$. Ověř pomocí zkoušky pro dvě čísla z množiny řešení předchozí nerovnice jeho správnost.

$2^t \geq 2^{\frac{1}{2}}$ $\qquad t \geq \frac{1}{2}$ $\qquad K = \left\langle \frac{1}{2}; \infty \right)$

$t = 1$

$2^t \geq \sqrt{2}$

$2^1 \geq \sqrt{2}$ - platí

$t = 5123$

$2^t \geq \sqrt{2}$

$2^{5132} \geq \sqrt{2}$ - platí

Př. 2: Vyřeš nerovnici $\left(\frac{1}{2}\right)^t \leq 2$. Ověř pomocí zkoušky pro dvě čísla z množiny řešení předchozí nerovnice jeho správnost.

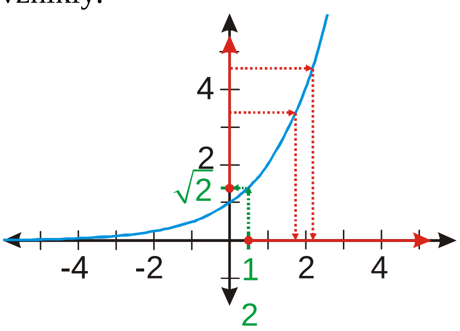
$\left(\frac{1}{2}\right)^t \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$ $\qquad t \leq -1$ $\qquad K = (-\infty; -1\rangle$

$2^t \geq \sqrt{2}$

$2^t \geq 2^{\frac{1}{2}}$

Porovnáváme hodnoty funkce $y = 2^x$, pro číslo $\frac{1}{2}$ a neznámá čísla *t*. Funkce $y = 2^x$ má mít pro *t* hodnotu větší než $\sqrt{2}$.

Zpětně hledáme z jakých čísel tyto hodnoty vznikly.

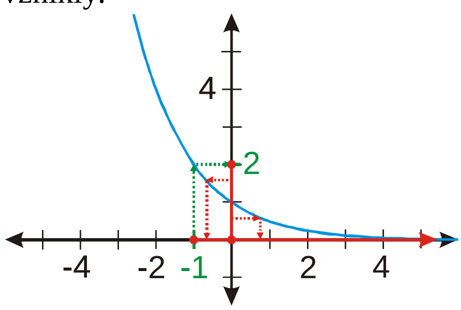


Vznikly z hodnot $t \in \left\langle \frac{1}{2}; \infty \right)$.

$\left(\frac{1}{2}\right)^t \leq 2$ $\qquad \left(\frac{1}{2}\right)^t \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$

Porovnáváme hodnoty funkce $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, pro číslo -1 a pro neznámá čísla *t*. Funkce $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ má mít pro *t* hodnotu menší než 2.

Zpětně hledáme z jakých čísel tyto hodnoty vznikly.



Vznikly z hodnot $t \in \langle -1; \infty)$.

Př. 3: Vyřeš exponenciální nerovnice:

a) $3^{x+5}<1$ b) $0{,}1^{2x}\le 1$ c) $\left(\frac{1}{5}\right)^{3x+2}\ge 0$ d) $\left(\frac{1}{8}\right)^{2x+3}\le 16$

a) $3^{x+5}<1$ $3^{x+5}<3^0$ $x+5<0$ $x<-5$ $K=(-\infty,-5)$

b) $0{,}1^{2x}\le 1$ $0{,}1^{2x}\le 0{,}1^0$ $2x\ge 0$ $x\ge 0$ $K=\langle 0,\infty)$

c) $\left(\frac{1}{5}\right)^{3x+2}\ge 0$ $K=R$ Všechny mocniny kladného čísla jsou kladná čísla.

d) $\left(\frac{1}{8}\right)^{2x+3}\le 16$ $\left(2^{-3}\right)^{2x+3}\le 2^4$ $2^{-6x-9}\le 2^4$ $-6x-9\le 4$ $-6x\le 13$

$x\ge -\frac{13}{6}$ $K=\left\langle -\frac{13}{6};\infty\right)$

Př. 4: Vyřeš nerovnice:

a) $2\cdot 2^x\cdot 4^x>\sqrt{8}$ b) $0{,}1^{x+2}>0{,}01^{x+3}$

a) $2\cdot 2^x\cdot 4^x>\sqrt{8}$ Převedeme nerovnici na tvar $2^{výraz1}>2^{výraz2}$.

$2\cdot 2^x\cdot\left(2^2\right)^x>\left(2^3\right)^{\frac{1}{2}}$ $2\cdot 2^x\cdot 2^{2x}>2^{\frac{3}{2}}$ $2^{1+x+2x}>2^{\frac{3}{2}}$

$3x+1>\frac{3}{2}$ $6x+2>3$ $x>\frac{1}{6}$ $K=\left(\frac{1}{6};\infty\right)$

b) $0{,}1^{x+2}>0{,}01^{x+3}$ Převedeme nerovnici na tvar $0{,}1^{výraz1}>0{,}1^{výraz2}$.

$0{,}1^{x+2}>\left(0{,}1^2\right)^{x+3}$ $0{,}1^{x+2}>0{,}1^{2x+6}$

$x+2<2x+6$ $x>-4$ $K=(-4;\infty)$

Př. 5: Petáková:

strana 37/cvičení 26 f)

strana 37/cvičení 27 d) e)