## 2.7.21 Soustavy rovnic obsahující kvadratickou rovnici II

**Př. 1:** Vyřeš soustavu rovnic $\begin{aligned}(x-3)^2+(y-2)^2&=25\\ y&=4-x\end{aligned}$

soustava rovnic, řešíme dosazením $y=4-x$

$(x-3)^2+(4-x-2)^2=25$ $\qquad$ $(x-3)^2+(2-x)^2=25$

$x^2-6x+9+(4-4x+x^2)=25$ $\qquad$ $2x^2-10x-12=0 \quad /:2$

$x^2-5x-6=0$ $\qquad$ $(x+1)(x-6)=0$

$x_1=-1 \Rightarrow y_1=4-x_1=4-(-1)=5$

$x_2=6 \Rightarrow y_1=4-x_1=4-6=-2$

$K=\{[-1,5];[6,-2]\}$ $\Rightarrow$ pro řešení předchozího příkladu z toho vyplývá, že na přímce $y=4-x$ leží dva body $[-1,5]$ a $[6,-2]$, které mají od bodu $[3;2]$ vzdálenost 5.

**Př. 2:** (BONUS) Najdi průsečík kružnic $k_1([0,0];r=3)$ a $k_2([-9,9];r=13)$

$k_1:(x-0)^2+(y-0)^2=5^2$ $\qquad$ $k_2:\left(x-(-9)\right)^2+\left(y-9\right)^2=13^2$

$$\begin{aligned}x^2+y^2&=25\\ x^2+18x+81+y^2-18y+81&=169\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^2+y^2&=25\\ x^2+y^2+18x-18y&=7\end{aligned}$$ , kterou řešíme v následujícím příkladu

**Př. 3:** Vyřeš soustavu rovnic: $\begin{aligned}x^2+y^2&=25\\ x^2+y^2+18x-18y&=7\end{aligned}$.

$$\begin{aligned}&x^2+y^2=25\\ [\![1]\!]-[\![2]\!]\qquad &-18x+18y=18 \quad /:18\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^2+y^2&=25\\ -x+y&=1\end{aligned}$$

Teď už můžeme dosazovat – ze druhé rovnice $y=x+1$

$x^2+(x+1)^2=25$ $\qquad$ $x^2+x^2+2x+1=25$

$2x^2+2x-24=0 \quad /:2$ $\qquad$ $x^2+x-12=0$ $\qquad$ $(x+4)(x-3)=0$

$x_1=-4 \Rightarrow y_1=x_1+1=-4+1=-3$

$x_2=3 \Rightarrow y_2=x_2+1=3+1=4$

$K=\{[-4;-3];[3;4]\}$ $\Rightarrow$ pro řešení předchozího příkladu z toho vyplývá, že zadané kružnice se protnou v bodech $[-4;-3]$ a $[3;4]$.

**Př. 4:** Vyřeš soustavu rovnic: $\frac{x+2y+3}{x+1}=2$ $\frac{x+y+2}{y+1}=x+2$.

1. rovnice: $\frac{x+2y+3}{x+1}=2 \quad /\cdot(x+1)$ podmínka $x\neq -1$

$x+2y+3=2(x+1) \quad 2y=x-1 \quad x-2y=1$

2. rovnice: $\frac{x+y+2}{y+1}=x+2 \quad /\cdot(y+1)$ podmínka $y\neq -1$

$x+y+2=(x+2)(y+1) \quad x+y+2=xy+x+2y+2 \quad xy+y=0$

Dosadíme z první rovnice do druhé: $x-2y=1 \Rightarrow x=2y+1$

$(2y+1)y+y=0 \quad 2y^2+2y=0 \quad y(y+1)=0$

$y_1=0 \Rightarrow x_1=2y_1+1=2\cdot 0+1=1$

$y_2=-1 \Rightarrow x_2=2y_2+1=2\cdot(-1)+1=-1$ - tato dvojice nevyhovuje podmínce $x\neq -1$

$K=\{[1;0]\}$

**Př. 5:** Vyřeš soustavu rovnic:
$$\begin{aligned} y+2z&=8\\ x-y+z&=2\\ x^2+y^2+z^2&=14 \end{aligned}$$

$y+2z=8 \Rightarrow y=8-2z$

$$\begin{aligned} y+2z&=8\\ x-(8-2z)+z&=2\\ x^2+(8-2z)^2+z^2&=14 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} y+2z&=8\\ x+3z&=10\\ x^2+5z^2-32z&=-50 \end{aligned}$$

Z druhé rovnice vyjádříme *x* a dosadíme do třetí:

$x+3z=10 \Rightarrow x=10-3z$

$$\begin{aligned} y+2z&=8\\ x+3z&=10\\ (10-3z)^2+5z^2-32z&=-50 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} y+2z&=8\\ x+3z&=10\\ 14z^2-92z+150&=0 \end{aligned}$$

Poslední rovnice obsahuje jedinou proměnnou. Řešíme jako kvadratickou rovnici:

$14z^2-92z+150=0 \quad /:2$

$7z^2-46z+75=0$

$$z_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-(-46)\pm\sqrt{(-46)^2-4\cdot 7\cdot 75}}{2\cdot 7}=\frac{46\pm\sqrt{16}}{14}=\frac{46\pm 4}{14}$$

$z_1=\frac{25}{7}$ $\quad x_1=10-3z_1=10-3\cdot\frac{25}{7}=-\frac{5}{7}$ $\quad y_1=8-2z_1=8-2\cdot\frac{25}{7}=\frac{6}{7}$

$z_2=3$ $\quad x_2=10-3z_2=10-3\cdot 3=1$ $\quad y_2=8-2z_2=8-2\cdot 3=2$

$K=\left\{\left[-\frac{5}{7};\frac{6}{7};\frac{25}{7}\right];[1;2;3]\right\}$

**Př. 6:** Petáková:
strana 17/cvičení 33 d) e) g)