

## 2.7.20 Soustavy rovnic obsahující kvadratickou rovnici I

**Př. 1:** Vyřeš soustavu jedné rovnice o dvou neznámých:  $x^2 + xy - 4y = 3$ .

$x^2 + xy - 4y = 3$                        $xy - 4y = 3 - x^2$                        $y(x - 4) = 3 - x^2$   $\quad /: (x - 4)$  dělit můžeme pouze když  $x \neq 4$

$y = \frac{3 - x^2}{x - 4}$                        $K = \left\{ \left[ x; \frac{3 - x^2}{x - 4} \right]; x \in R - \{4\} \right\}$  ještě musíme vyzkoušet, co se stane

pokud  $x = 4$  (to nesmíme dělit a nezískáme tak konečný vzorec)

$y(x - 4) = 3 - x^2$  - dosazujeme  $x = 4$

$y(4 - 4) = 3 - 4^2$                        $y \cdot 0 = -13$  - opravdu to pro  $x = 4$  nemá řešení

$K = \left\{ \left[ x; \frac{3 - x^2}{x - 4} \right]; x \in R - \{4\} \right\}$

**Př. 2:** Vyřeš soustavu jedné rovnice o dvou neznámých:  $x(y - x) = 3(y - 3)$ .

Velmi podobné předchozímu příkladu  $\Rightarrow$  zvolíme stejný postup (vyjádření  $y$ )

$x(y - x) = 3(y - 3)$                        $xy - x^2 = 3y - 9$                        $xy - 3y = x^2 - 9$

$y(x - 3) = x^2 - 9$   $\quad /: (x - 3)$  dělit můžeme pouze když  $x \neq 3$

$y = \frac{x^2 - 9}{x - 3} = \frac{(x - 3)(x + 3)}{x - 3} = x + 3$

$K = \left\{ [x; x + 3]; x \in R - \{3\} \right\}$  ještě musíme vyzkoušet, co se stane pokud  $x = 3$  (to nesmíme dělit a nezískáme tak konečný vzorec)

$y(x - 3) = x^2 - 9$  - dosazujeme  $x = 3$                        $y(3 - 3) = 3^2 - 9$                        $y \cdot 0 = 0 \Rightarrow$  rovnice vyjde

bez ohledu na hodnotu  $y \Rightarrow$  musíme do řešení dodat další dvojice  $\{[3; y]; y \in R\}$

$K = \left\{ [x; x + 3]; x \in R - \{3\} \right\} \cup \{[3; y]; y \in R\}$

**Př. 3:** Vyřeš soustavu rovnic  $\begin{cases} x^2 - y^2 = 9 \\ 2x - y = 6 \end{cases}$ .

Dvě rovnice – spousta metod. Sčítací ne (není co odečíst)  $\Rightarrow$  dosazovací.

Ze které rovnice budeme dosazovat?

Z druhé, není tam druhá mocnina (ta sebou přináší vzorec pro kvadratickou rovnici).

$2x - y = 6 \Rightarrow y = 2x - 6$

Dosadím do první rovnice:

$x^2 - (2x - 6)^2 = 9$                        $x^2 - (4x^2 - 24x + 36) = 9$                        $x^2 - 4x^2 + 24x - 36 = 9$

$0 = 3x^2 - 24x + 45$   $\quad /: 3$                        $x^2 - 8x + 15 = 0$                        $(x - 5)(x - 3) = 0$

$x_1 = 5 \Rightarrow y_1 = 2x_1 - 6 = 2 \cdot 5 - 6 = 4$                        $x_2 = 3 \Rightarrow y_2 = 2x_2 - 6 = 2 \cdot 3 - 6 = 0$

$K = \{[5; 4]; [3; 0]\}$  - musíme do dvojic psát čísla, která patří k sobě.

**Př. 4:** Najdi dvě čísla taková, aby se jejich součin rovnal 1 a jejich součet:

a) 9

b) 2

c) 1.

a) součet 9  $xy = 1$  - součin se rovná 1  $x + y = 9$  - součet se rovná 9

Dosazovací metoda:  $x + y = 9 \Rightarrow y = 9 - x$

$x(9 - x) = 1$   $9x - x^2 = 1$   $x^2 - 9x + 1 = 0$  - kvadratická rovnice

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{9 \pm \sqrt{77}}{2}$$

$$x_1 = \frac{9 - \sqrt{77}}{2} \Rightarrow y_1 = 9 - x_1 = 9 - \frac{9 - \sqrt{77}}{2} = \frac{18 - (9 - \sqrt{77})}{2} = \frac{9 + \sqrt{77}}{2}$$

$$x_2 = \frac{9 + \sqrt{77}}{2} \Rightarrow y_2 = 9 - x_2 = 9 - \frac{9 + \sqrt{77}}{2} = \frac{18 - (9 + \sqrt{77})}{2} = \frac{9 - \sqrt{77}}{2}$$

$$K = \left\{ \left[ \frac{9 - \sqrt{77}}{2}; \frac{9 + \sqrt{77}}{2} \right]; \left[ \frac{9 + \sqrt{77}}{2}; \frac{9 - \sqrt{77}}{2} \right] \right\}$$

**b) součet 2**

$xy = 1$  - součin se rovná 1  $x + y = 2$  - součet se rovná 2

Dosazovací metoda:  $xy = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{x}$

$x + \frac{1}{x} = 2$   $\cdot x$   $x^2 + 1 = 2x$   $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2 = 0$  - kvadratická rovnice

$$x_1 = x_2 = x = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{x} = \frac{1}{1} = 1 \quad K = \{[1; 1]\}$$

**c) součet 1**

$xy = 1$  - součin se rovná 1  $x + y = 1$  - součet se rovná 1

Dosazovací metoda:  $x + y = 1 \Rightarrow y = 1 - x$

$x(1 - x) = 1$   $x - x^2 = 1$   $x^2 - x + 1 = 0$  - kvadratická rovnice

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-) \pm \sqrt{(-)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm \sqrt{-3}}{2} \text{ - rovnice nemá řešení}$$

Když nejde nalézt vyhovující  $x$  nemá cenu hledat  $y$ , protože výsledek může být pouze dvojice čísel, kterou už jasně nenajdeme.

$$K = \emptyset$$

**Př. 5:** Petáková:

strana 17/cvičení 33 b) c) f)