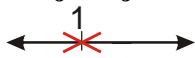


2.7.19 Řešení nerovnic metodou nulových bodů II

Př. 1: Vyřeš nerovnici $\frac{1}{x-1} \geq 1$ metodou nulových bodů.

1. Zjišťujeme podmínky existence výrazů na obou stranách nerovnice



2. Hledáme řešení rovnice $\frac{1}{x-1} = 1$ (abychom objevili nulové body nerovnice), kde $\frac{1}{x-1} = 1 \quad / \cdot (x-1)$

$$1 = x - 1 \quad x = 2$$

3. Testujeme jednotlivé intervaly, zda splňují nerovnost

- interval $(-\infty; 1)$: vybereme číslo například 0:

$$\frac{1}{x-1} \geq 1 \quad \frac{1}{0-1} \geq 1 \quad -1 \geq 1 - \text{neplatí} \Rightarrow \text{interval } (-\infty; 1) \text{ není řešením}$$

- interval $(1; 2)$: vybereme číslo například 1,5:

$$\frac{1}{x-1} \geq 1 \quad \frac{1}{1,5-1} \geq 1 \quad 2 \geq 1 - \text{platí} \Rightarrow \text{interval } (1; 2) \text{ je řešením}$$

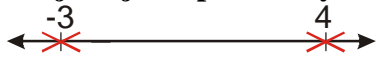
- interval $(2; \infty)$: vybereme číslo například 3:

$$\frac{1}{x-1} \geq 1 \quad \frac{1}{3-1} \geq 1 \quad 0,5 \geq 1 - \text{neplatí} \Rightarrow \text{interval } (2; \infty) \text{ není řešením}$$

$$\Rightarrow K = (1; 2)$$

Př. 2: Vyřeš nerovnici $\frac{x^2 - 2x - 2}{x^2 - x - 12} \geq 0$ metodou nulových bodů.

1. Zjišťujeme podmínky existence výrazů na obou stranách nerovnice



2. Hledáme řešení rovnice $\frac{x^2 - 2x - 2}{x^2 - x - 12} = 0$ (abychom objevili nulové body nerovnice), kde

$$\frac{x^2 - 2x - 2}{x^2 - x - 12} = 0 - \text{záleží pouze na čitateli} \quad x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x_1 = 1 - \sqrt{3} \quad x_2 = 1 + \sqrt{3}$$

3. Testujeme jednotlivé intervaly, zda splňují nerovnost

- interval $(-\infty; -3)$: vybereme číslo například -10:

$$\frac{x^2 - 2x - 2}{x^2 - x - 12} \geq 0 \quad \frac{(-10)^2 - 2(-10) - 2}{(-10)^2 - (-10) - 12} \geq 0 \quad 1,2 \geq 0 - \text{platí} \Rightarrow \text{interval } (-\infty; -3)$$

- interval $(-3; 1 - \sqrt{3})$: vybereme číslo například -2:

$$\frac{x^2 - 2x - 2}{x^2 - x - 12} \geq 0 \quad \frac{(-2)^2 - 2(-2) - 2}{(-2)^2 - (-2) - 12} \geq 0 \quad -1 \geq 0 - \text{neplatí} \Rightarrow \text{interval } (-3; 1 - \sqrt{3})$$

- interval $(1 - \sqrt{3}; 1 + \sqrt{3})$: vybereme číslo například 0:

$$\frac{x^2 - 2x - 2}{x^2 - x - 12} \geq 0 \quad \frac{(0)^2 - 2(0) - 2}{(0)^2 - (0) - 12} \geq 0 \quad 0,167 \geq 0 - \text{platí} \Rightarrow \text{interval } (1 - \sqrt{3}; 1 + \sqrt{3})$$

- interval $(1+\sqrt{3}; 4)$: vybereme číslo například 3:

$$\frac{x^2 - 2x - 2}{x^2 - x - 12} \geq 0 \quad \frac{(3)^2 - 2(3) - 2}{(3)^2 - (3) - 12} \geq 0 \quad -0,167 \geq 0 - \text{neplatí} \Rightarrow \text{interval } (1+\sqrt{3}; 4)$$

- interval $(4; \infty)$: vybereme číslo například 5:

$$\frac{x^2 - 2x - 2}{x^2 - x - 12} \geq 0 \quad \frac{(5)^2 - 2(5) - 2}{(5)^2 - (5) - 12} \geq 0 \quad 1,625 \geq 0 - \text{platí} \Rightarrow \text{interval } (4; \infty) \text{ je řešením}$$

$$\Rightarrow K = (-\infty; 3) \cup \langle 1-\sqrt{3}; 1+\sqrt{3} \rangle \cup (4; \infty)$$

Př. 3: Vyřeš nerovnici $\frac{x^2 - 3x - 22}{x^2 - x - 12} \geq 2$ metodou nulových bodů.

1. Zjišťujeme podmínky existence výrazů na obou stranách nerovnice

levá strana: nelze dělit nulou $\Rightarrow x^2 - x - 12 = (x-4)(x+3) = 0 \Rightarrow x_1 = -3; x_2 = 4$

 Nerovnici můžeme řešit pouze pro $x \neq -3; 4$.

2. Hledáme řešení rovnice $\frac{x^2 - 3x - 22}{x^2 - x - 12} = 2$ (abychom objevili nulové body nerovnice),

$$\frac{x^2 - 3x - 22}{x^2 - x - 12} = 2 \quad / \cdot (x^2 - x - 12) \quad x^2 - 3x - 22 = 2(x^2 - x - 12)$$

$$0 = x^2 + x - 2 \quad x^2 + x - 2 = (x+2)(x-1) = 0$$

$x_1 = -2 \quad x_2 = 1$ Doplníme získané kořeny na osu: 

3. Testujeme jednotlivé intervaly, zda splňují nerovnost

- interval $(-\infty; -3)$: vybereme číslo například -10:

$$\frac{x^2 - 3x - 22}{x^2 - x - 12} \geq 2 \quad \frac{(-10)^2 - 3(-10) - 22}{(-10)^2 - (-10) - 12} \geq 2 \quad 1,1 \geq 2 - \text{neplatí} \Rightarrow \text{interval } (-\infty; -3)$$

- interval $(-3; -2)$: vybereme číslo například -2,5:

$$\frac{x^2 - 3x - 22}{x^2 - x - 12} \geq 2 \quad \frac{(-2,5)^2 - 3(-2,5) - 22}{(-2,5)^2 - (-2,5) - 12} \geq 2 \quad 2,5 \geq 2 - \text{platí} \Rightarrow \text{interval } (-3; -2)$$

- interval $(-2; 1)$: vybereme číslo například 0:

$$\frac{x^2 - 3x - 22}{x^2 - x - 12} \geq 2 \quad \frac{(0)^2 - 3(0) - 22}{(0)^2 - (0) - 12} \geq 2 \quad 1,83 \geq 2 - \text{neplatí} \Rightarrow \text{interval } (-2; 1)$$

- interval $(1; 4)$: vybereme číslo například 3:

$$\frac{x^2 - 3x - 22}{x^2 - x - 12} \geq 2 \quad \frac{(3)^2 - 3(3) - 22}{(3)^2 - (3) - 12} \geq 2 \quad 3,68 \geq 2 - \text{platí} \Rightarrow \text{interval } (1; 4) \text{ je řešením}$$

- interval $(4; \infty)$: vybereme číslo například 5:

$$\frac{x^2 - 3x - 22}{x^2 - x - 12} \geq 2 \quad \frac{(5)^2 - 3(5) - 22}{(5)^2 - (5) - 12} \geq 2 \quad -1,5 \geq 0 - \text{neplatí} \Rightarrow \text{interval } (4; \infty)$$

$$\Rightarrow K = (-3; -2) \cup \langle 1; 4 \rangle$$