

2.7.15 Rovnice s neznámou pod odmocninou I

Př. 1: Vyřeš rovnici: $\sqrt{x+1} = -2$.

$$\sqrt{x+1} = -2 \quad /^2 \quad x+1 = 4 \quad x = 3$$

Zkouška:

$$L = \sqrt{x+1} = \sqrt{3+1} = 2 \quad P = -2 \quad L \neq P \Rightarrow K = \emptyset$$

Př. 2: Vysvětli, kdy se objevilo při řešení předchozího příkladu nesprávné řešení $x = 3$.

Jakým způsobem by bylo možné změnit levou stranu rovnice $\sqrt{x+1} = -2$ tak, aby se číslo 3 stalo kořenem této upravené rovnice?

Úpravou bychom museli dosáhnout toho, aby levá strana rovnice byla záporná \Rightarrow vynásobili bychom ji $-1 \Rightarrow -\sqrt{x+1} = -2$. Pak bude při dosazení $x = 3$ levá i pravá strana rovna -2 .

Př. 3: Vyřeš rovnici $\sqrt{x-2} = x-4$.

$$\sqrt{x-2} = x-4 \quad /^2 \quad (\sqrt{x-2})^2 = (x-4)^2$$

$$x-2 = x^2 - 8x + 16 \quad 0 = x^2 - 9x + 18$$

$$(x-3)(x-6) = 0 \quad x_1 = 3 \quad x_2 = 6$$

$$x = 3 \quad L = \sqrt{x-2} = \sqrt{3-2} = \sqrt{1} = 1 \quad P = x-4 = 3-4 = -1 \quad L \neq P$$

$$x = 6$$

$$L = \sqrt{x-2} = \sqrt{6-2} = \sqrt{4} = 2 \quad P = x-4 = 6-4 = 2 \quad L = P \Rightarrow 6 \text{ je kořen}$$

$$K = \{6\}$$

Př. 4: Vyřeš rovnici $\sqrt{2x-5} = \sqrt{1-x}$.

$$\sqrt{2x-5} = \sqrt{1-x} \quad /^2 \quad 2x-5 = 1-x \quad 3x = 6$$

$$x = 2$$

Zkouška:

$$x = 2$$

$$L = \sqrt{2x-5} = \sqrt{2 \cdot 2 - 5} = \sqrt{-1} \text{ - nejde pro } x = 2 \text{ není levá strana definována}$$

$$K = \emptyset$$

Př. 5: Vyřeš rovnici $-\sqrt{10+x-x^2} = 1-x$.

$$-\sqrt{10+x-x^2} = 1-x \quad /^2 \quad 10+x-x^2 = 1-2x+x^2$$

$$0 = 2x^2 - 3x - 9$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-9)}}{2 \cdot 2} = \frac{3 \pm \sqrt{81}}{4} = \frac{3 \pm 9}{4}$$

$$x_1 = \frac{3+9}{4} = 3$$

$$x_2 = \frac{3-9}{4} = -\frac{3}{2}$$

Zkouška:

$$x = 3 \quad L = -\sqrt{10+x-x^2} = -\sqrt{10+3-3^2} = -\sqrt{4} = -2$$

$$P = 1 - x = 1 - 3 = -2 \quad L = P$$

$$x = \frac{3}{2} \quad L = -\sqrt{10 - \frac{3}{2} - \left(-\frac{3}{2}\right)^2} = -\sqrt{10 - \frac{3}{2} - \frac{9}{4}} = -\sqrt{\frac{25}{4}} = -\frac{5}{2}$$

$$P = 1 - \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{5}{2} \quad L = P \quad K = \{3\}$$

Př. 6: Vyřeš rovnici $2\sqrt{x-1} - \sqrt{x+4} = 1$.

$$2\sqrt{x-1} - \sqrt{x+4} = 1 \quad /^2 \quad 4(x-1) - 4\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+4} + x+4 = 1$$

$$5x - 4\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+4} = 1 \quad 5x - 1 = 4\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+4} \quad /^2$$

$$25x^2 - 10x + 1 = 16(x-1)(x+4) \quad 25x^2 - 10x + 1 = 16(x^2 + 3x - 4)$$

$$9x^2 - 58x + 65 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-58) \pm \sqrt{(-58)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 65}}{2 \cdot 9} = \frac{58 \pm \sqrt{1024}}{18} = \frac{58 \pm 32}{18} = \frac{29 \pm 16}{9}$$

$$x_1 = \frac{29+16}{9} = \frac{45}{9} = 5 \quad x_2 = \frac{29-16}{9} = \frac{13}{9}$$

Zkouška:

$$L = 2\sqrt{x-1} - \sqrt{x+4} = 2\sqrt{5-1} - \sqrt{5+4} = 2 \cdot 2 - 3 = 1$$

$$P = 1 \quad L = P$$

$$L = 2\sqrt{x-1} - \sqrt{x+4} = 2\sqrt{\frac{13}{9}-1} - \sqrt{\frac{13}{9}+4} = 2 \cdot \frac{2}{3} - \frac{7}{3} = -1$$

$$P = 1 \quad L \neq P \quad K = \{5\}$$

Př. 7: Vyřeš rovnici $\sqrt{y+4} + 3\sqrt{y} = 7$

$$\sqrt{y+4} + 3\sqrt{y} = 7 \quad /^2 \quad y+4 + 2 \cdot \sqrt{y+4} \cdot 3\sqrt{y} + 9y = 49$$

10y + 6\sqrt{y+4} \cdot \sqrt{y} = 45 - v tomto stavu nemůžeme násobit, na levé straně by byl vzorec a zůstala by tam odmocnina \Rightarrow převedu y na levou stranu

$$6\sqrt{y+4} \cdot \sqrt{y} = 45 - 10y \quad /^2 \quad 36(y+4)y = 2025 - 900y + 100y^2$$

$$64y^2 - 1044y + 2025 = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-1044) \pm \sqrt{(-1044)^2 - 4 \cdot 64 \cdot 2025}}{2 \cdot 64} = \frac{1044 \pm 756}{2 \cdot 64}$$

$$y_1 = \frac{1044+756}{2 \cdot 64} = \frac{225}{16} \quad y_2 = \frac{1044-756}{2 \cdot 64} = \frac{9}{4}$$

Zkouška:

$$y = \frac{225}{16} \quad L = \sqrt{y+4} + 3\sqrt{y} = \sqrt{\frac{225}{16} + 4} + 3\sqrt{\frac{225}{16}} = \frac{17}{4} + 3 \cdot \frac{15}{4} = \frac{62}{4} = 15,5$$

$$P = 7 \quad L \neq P$$

$$y = \frac{9}{4} \quad L = \sqrt{y+4} + 3\sqrt{y} = \sqrt{\frac{9}{4} + 4} + 3\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{5}{2} + 3 \cdot \frac{3}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

$$P = 7 \quad L = P \quad K = \left\{ \frac{9}{4} \right\}$$