

## 2.7.10 n-tá odmocnina

**Předpoklady:** 2708, 2709

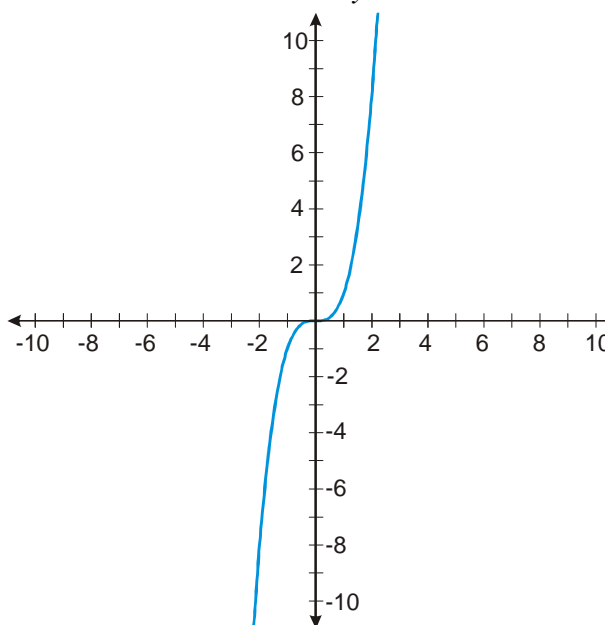
**Pedagogická poznámka:** Tato hodina samozřejmě nevystačí na 45 minut. Dá se stihnout za polovinu vyučovací hodiny.

**Př. 1:** Řeš do dvou sloupců vedle sebe. Nakresli grafy zadaných funkcí, rozhodni, zda k zadané funkci existuje funkce inverzní. Pokud inverzní funkce neexistuje navrhní úpravy, které její existenci umožní. Nakresli graf inverzní funkce a navrhní její pojmenování.

a)  $y = x^3$

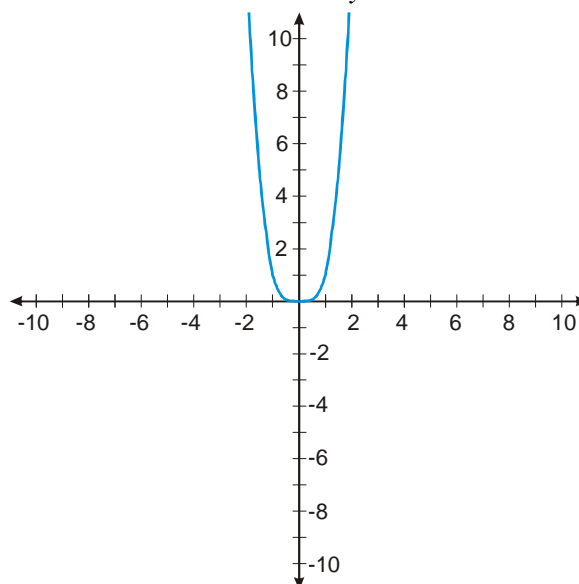
b)  $y = x^4$

**Graf funkce**  $y = x^3$

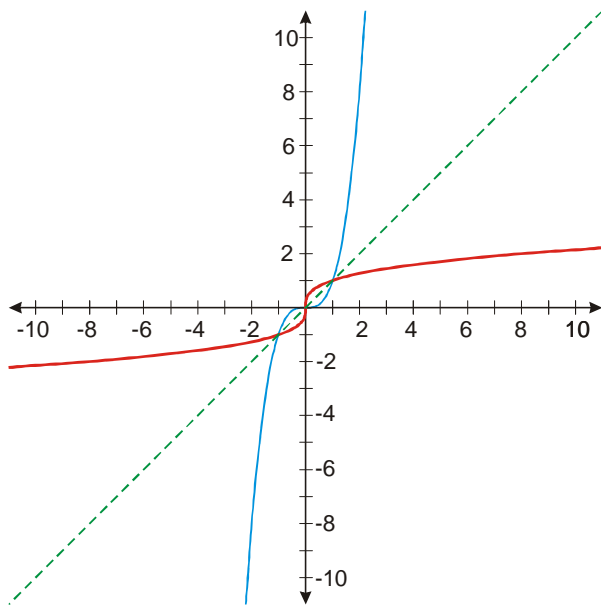


Funkce je prostá  $\Rightarrow$  existuje k ní funkce inverzní.

**Graf funkce**  $y = x^4$



Funkce není prostá  $\Rightarrow$  musíme upravit její definiční obor podobně jako u funkce  $y = x^2$ ,  
 $D(f) = \langle 0; \infty \rangle$



Hledáme předpis.

Prohodíme  $x$  a  $y$ :  $y = x^3 \Rightarrow x = y^3$

$y = \sqrt[3]{x}$  - třetí odmocnina (podobné druhé odmocnině).

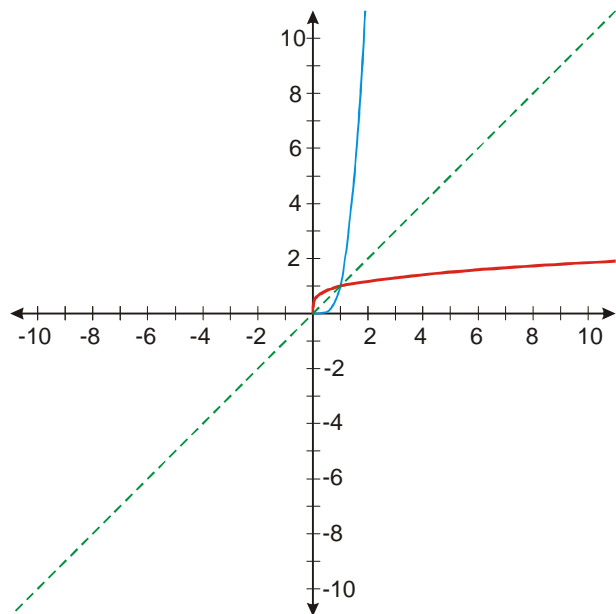
$$D(f) = H(f^{-1}) = \mathbb{R}, \quad H(f) = D(f^{-1}) = \mathbb{R}$$

Z dvojic čísel původní a inverzní funkce:

Dvojice pro $y = x^3$	Dvojice pro $y = \sqrt[3]{x}$
$0 = 0^3$	$0 = \sqrt[3]{0}$
$1 = 1^3$	$1 = \sqrt[3]{1}$
$8 = 2^3$	$2 = \sqrt[3]{8}$
$-8 = (-2)^3$	$-2 = \sqrt[3]{-8}$

Třetí odmocnina z reálného čísla  $a$  je takové reálné číslo  $b$ , pro které platí  $b^3 = a$ . Píšeme  $b = \sqrt[3]{a}$ .

Podobné zavedení jako u druhé odmocniny. Rozdíly vznikají kvůli tomu, že jako definiční obor třetí mocniny používáme  $\mathbb{R}$ . Můžeme použít jako vzor pro inverzní funkce všech funkcí  $y = x^n$ , kde  $n$  je liché přirozené číslo.



Hledáme předpis.

Prohodíme  $x$  a  $y$ :  $y = x^4 \Rightarrow x = y^4$

$y = \sqrt[4]{x}$  - čtvrtá odmocnina (podobné druhé odmocnině).

$$D(f) = H(f^{-1}) = \langle 0; \infty \rangle,$$

$$H(f) = D(f^{-1}) = \langle 0; \infty \rangle$$

Z dvojic čísel původní a inverzní funkce:

Dvojice pro $y = x^4$	Dvojice pro $y = \sqrt[4]{x}$
$0 = 0^4$	$0 = \sqrt[4]{0}$
$1 = 1^4$	$1 = \sqrt[4]{1}$
$16 = 2^4$	$2 = \sqrt[4]{16}$
$81 = 3^4$	$3 = \sqrt[4]{81}$

Čtvrtá odmocnina z nezáporného reálného čísla  $a$  je takové nezáporné číslo  $b$ , pro které platí  $b^4 = a$ . Píšeme  $b = \sqrt[4]{a}$ .

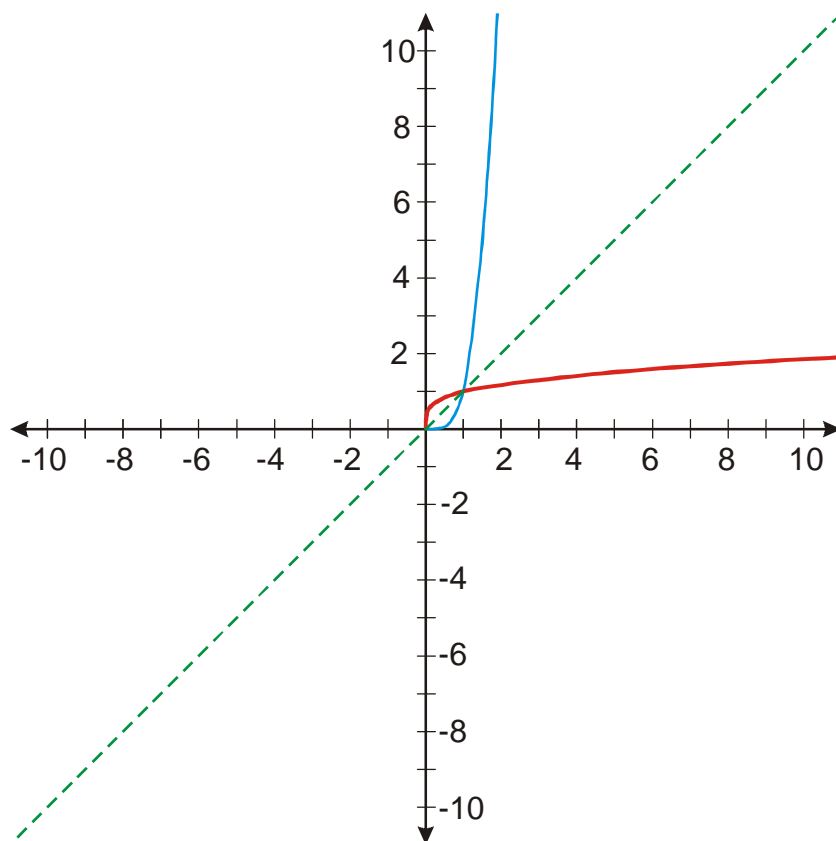
Stejně zavedení jako u druhé odmocniny. Můžeme použít jako vzor pro inverzní funkce všech funkcí  $y = x^n$ , kde  $n$  je sudé přirozené číslo.

**Př. 2:** Rozhodni, který ze dvou způsobů zavedení odmocniny je možné použít obecně pro  $n$ -tou odmocninu jako inverzní funkci funkce  $y = x^n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

Musíme použít způsob, který bude vyhovovat ve všech případech, tedy i v tom, který „klade největší požadavky“  $\Rightarrow$  použijeme způsob, kterým jsme zavedli odmocninu pro sudá  $n$ .

Aby byla situace jednodušší a mohli jsme používat stejný postup zavedení odmocniny pro všechna přirozená čísla  $n$ , budeme pro všechna  $n$  postupovat tak, jak jsme postupovali u sudých  $n$ . Definiční obor mocninné funkce omezíme na interval  $\langle 0; \infty \rangle$ , tím se na interval  $\langle 0; \infty \rangle$  omezí i definiční obor odmocniny.

**Př. 3:** Nakresli graf funkce  $y = x^n$ , s  $D(f) = \langle 0; \infty \rangle$ . Do stejného obrázku nakresli graf inverzní funkce. Zaveď  $n$ -tou odmocninu.



Hledáme předpis.

Prohodíme  $x$  a  $y$ :  $y = x^n \Rightarrow x = y^n$

$y = \sqrt[n]{x}$  -  $n$ -tá odmocnina (podobné druhé odmocnině).

$D(f) = H(f^{-1}) = \langle 0; \infty \rangle$ ,  $H(f) = D(f^{-1}) = \langle 0; \infty \rangle$

**N je přirozené číslo.  $N$ -tá odmocnina z nezáporného reálného čísla  $a$  je takové nezáporné číslo  $b$ , pro které platí  $b^n = a$ . Píšeme  $b = \sqrt[n]{a}$ .**

- $b = \sqrt[n]{a}$
- $a$  - základ odmocniny = odmocněnec

- $n$  - odmocnitel = exponent odmocniny

**Př. 4:** Rozhodni zda platí  $\sqrt[3]{128} = 2$ .

Pokud platí  $\sqrt[3]{128} = 2$ , musí zároveň platit i  $2^7 = 128$ , což platí.

**Př. 5:** Petáková:

strana 59/cvičení 16  $f_3, f_5, f_9$

strana 59/cvičení 17  $g_4, g_6, g_8$

**Shrnutí:** Podobně, jako jsme zavedli druhou odmocninu, můžeme zavést  $n$ -tou odmocninu jako inverzní funkci ke každé mocninné funkci  $y = x^n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ . U lichých  $n$  můžeme zavést odmocninu i ze záporných čísel, ale kvůli jednotnému postupu od toho většinou upouštíme.