

## 2.7.7 Inverzní funkce

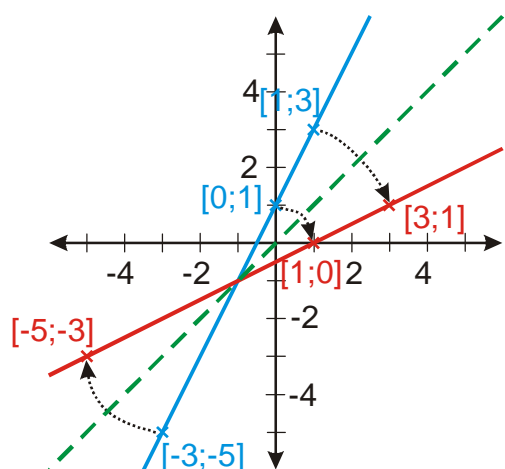
**Př. 1:** Je dána funkce  $y = 2x + 1$ . Napiš tabulku hodnot této funkce pro pět hodnot proměnné  $x$  ( $x \in \{-20; -3; 0; 1; 10\}$ ) a nakresli její graf.

$x$	-20	-3	0	1	10
$y$	-39	-5	1	3	21

**Př. 2:** Nakresli tabulku hodnot inverzní funkce, které odpovídají tabulce hodnot původní funkce z příkladu 1.

$x$	-39	-5	1	3	21
$y$	-20	-3	0	1	10

**Př. 3:** Do předchozího obrázku s grafem funkce  $y = 2x + 1$  dokresli graf inverzní funkce a vyznač do něj, dvojice odpovídajících si bodů původní a inverzní funkce.



Existují funkce, které jsou inverzní sami ze sebou?

Funkce, jejichž graf je souměrný podle osy  $y = x$ . Například  $y = x$  nebo  $y = \frac{1}{x}$ .

**Př. 4:** Najdi předpis inverzní funkce k funkci  $y = 2x + 1$ .

$[1; 0]; [3; 1]$  a dosadíme do předpisu  $y = ax + b \Rightarrow$  soustava: 
$$\begin{cases} 0 = a \cdot 1 + b \\ 1 = a \cdot 3 + b \end{cases}$$

Po odečtení:  $1 = 2a \Rightarrow a = \frac{1}{2}$ . Do první rovnice  $0 = a \cdot 1 + b \Rightarrow b = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{x}{2} - \frac{1}{2}$ .

**Předpis inverzní funkce získáme prohozením  $x$  a  $y$  a úpravou na tvar  $y =$ .**

**Je-li druhá funkce inverzní k první je i první inverzní k druhé.**

**Má každá funkce funkci inverzní?**

**Př. 5:** Zkus najít funkci, která nemá funkci inverzní.

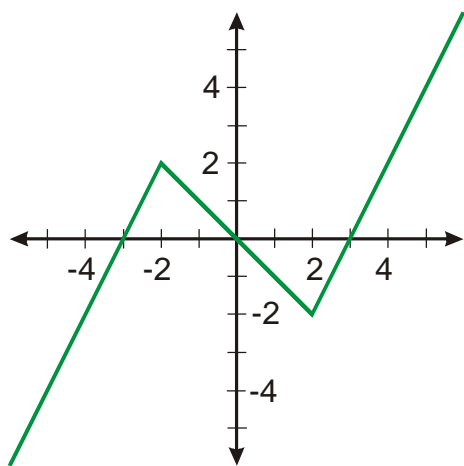
Konstantní funkce  $y = 1$  nemá funkci inverzní.

**Inverzní funkci můžeme nalézt pouze pro prosté funkce.**

**Př. 6:** Najdi další funkce, které nemají funkci inverzní.

$y = |x|; y = x^2$  atd. Žádná sudá funkce nemá funkci inverzní.

**Př. 7:** Rozhodni, zda platí, že všechny liché funkce mají funkci inverzní.



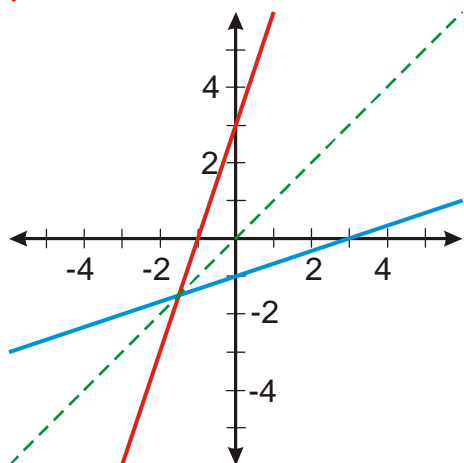
**Př. 8:** Najdi inverzní funkci k funkci

$$y = \frac{x}{3} - 1.$$

Prohodíme  $x$  a  $y$ :  $y = \frac{x}{3} - 1 \Rightarrow x = \frac{y}{3} - 1$

$$x + 1 = \frac{y}{3}$$

$$y = 3x + 3$$



Z obrázku je zřejmé, že grafy jsou souměrné podle přímky  $y = x$ .

Pro funkci  $y = \frac{x}{3} - 1$  platí:  $D(f) = \mathbb{R}$ ,

$$H(f) = \mathbb{R}$$

Pro funkci  $y = 3x + 3$  platí:  $D(f^{-1}) = \mathbb{R}$ ,

$$H(f^{-1}) = \mathbb{R}.$$

Vztahy:  $D(f^{-1}) = H(f)$  a  $H(f^{-1}) = D(f)$  platí.

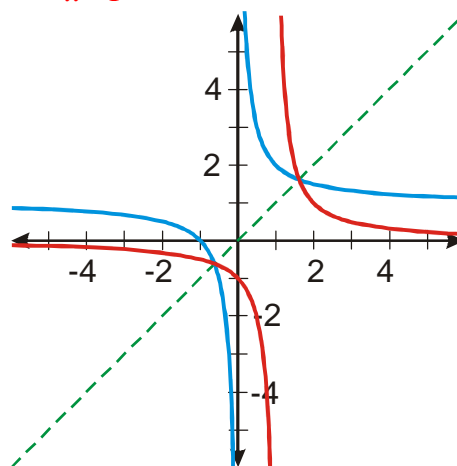
**Př. 9:** Najdi inverzní funkci k funkci

$$y = \frac{1}{x} + 1.$$

Prohodíme  $x$  a  $y$ :  $y = \frac{1}{x} + 1 \Rightarrow x = \frac{1}{y} + 1$

$$x - 1 = \frac{1}{y}$$

$$y = \frac{1}{x-1}$$



Z obrázku je zřejmé, že grafy jsou souměrné podle přímky  $y = x$ .

Pro funkci  $y = \frac{1}{x} + 1$  platí:  $D(f) = \mathbb{R} - \{0\}$ ,

$$H(f) = \mathbb{R} - \{1\}$$

Pro funkci  $y = \frac{1}{x-1}$  platí:  $D(f^{-1}) = \mathbb{R} - \{1\}$ ,

$$H(f^{-1}) = \mathbb{R} - \{0\}.$$

Vztahy:  $D(f^{-1}) = H(f)$  a  $H(f^{-1}) = D(f)$  platí.

**Př. 10:** Petáková:

strana 33/cvičení 89 a) b) e)

strana 33/cvičení 90 a) b) d) e)