2.7.5 Racionální a polynomické funkce

Polynomická funkce je každá funkce ve tvaru $y = a_m x^m + a_{m-1}x^{m-1} + ... + a_1 x + a_0$, kde x je proměnná a čísla $a_m; a_{m-1}; ... a_1; a_0$ jsou reálná a m je číslo přirozené.

Racionální funkce je každá funkce ve tvaru $y = \frac{a_m x^m + a_{m-1}x^{m-1} + ... + a_1 x + a_0}{b_n x^n + b_{n-1}x^{n-1} + ... b_1 x + b_0}$, kde x je proměnná a čísla $a_m; a_{m-1}; ... a_1; a_0; b_n; b_{n-1}; ... b_1; b_0$ jsou reálná a m, n jsou čísla přirozená.

Př. 1: Rozhodni, jaký je definiční obor polynomických a racionálních funkcí.

Př. 2: Rozhodni, jaký je vztah mezi racionálními a polynomickými funkcemi (zda je jedna z množin podskupinou druhé, zda mají množiny prázdný průnik apod.).

Př. 3: Doplň následující tabulku s přehledem dosud probraných funkcí:

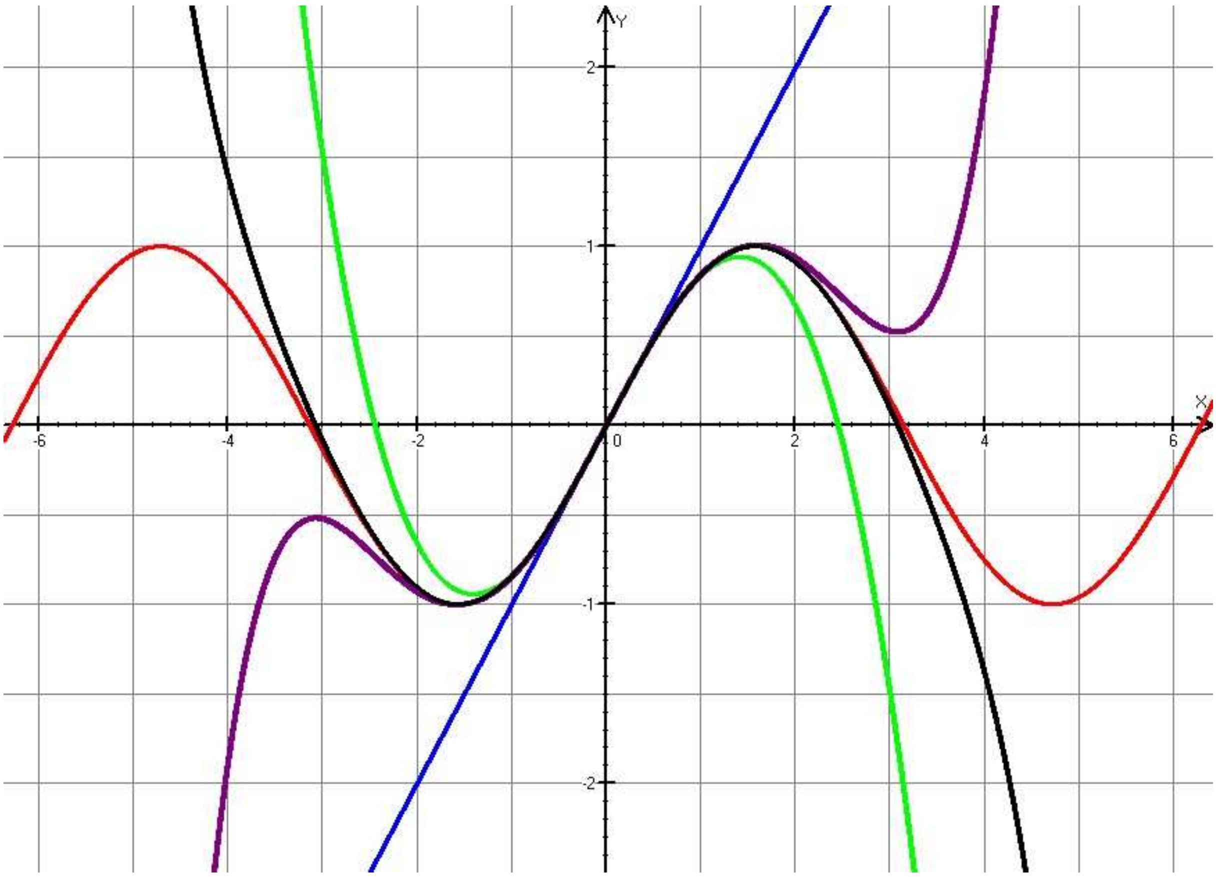
Název funkce	**předpis**	**předpis podle definice polynomické a racionální funkce**	**patří mezi**
konstantní	$y = a$	$y = a_0$	polynomické a racionální
lineární	$y = ax + b$	$y = a_1 x + a_0$	polynomické a racionální
s absolutní hodnotou	$y = a\|x - b\| + c$	X	X
kvadratická	$y = ax^2 + bx + c$	$y = a_2 x^2 + a_1 x + a_0$	polynomické a racionální
lineární lomená	$y = \frac{ax + b}{cx + d}$	$y = \frac{a_1 x + a_0}{b_1 x + b_0}$	racionální
mocninná s přirozeným exponentem	$y = x^n$, $n > 0$	$y = x^n$	polynomické a racionální
mocninná s celým záporným exponentem	$y = x^n$ $n < 0$	$y = \frac{1}{x^n}$	racionální

Polynomické funkce mají značný význam:

- Mají definiční obor $R \Rightarrow$ nemusíme se starat o podmínky.
- Nejsou přetržené a nemají ostré rohy (velká výhoda ve fyzice při zkoumání jejich změn).
- Jejich hodnoty se snadno se vyčíslují.
- S jejich pomocí můžeme vyjadřovat ostatní funkce (takzvaný Taylorův rozvoj).

Taylorův rozvoj je řada polynomických funkcí se zvětšujícím se řádem, která se zvětšující se přesností aproximuje hodnoty jiné funkce v okolí nějakého bodu.

$y = \sin x$, $y_1 = x$, $y_3 = x - \frac{x^3}{6}$, $y_5 = x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120}$, $y_7 = x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} - \frac{x^7}{5040}$



Př. 4: Nakresli přibližný tvar grafu funkce $y = \dfrac{x^3}{x^2 - 1}$.

Př. 5: Nakresli přibližný tvar grafu funkce $y = \dfrac{2x^2}{x^3 - 1}$.