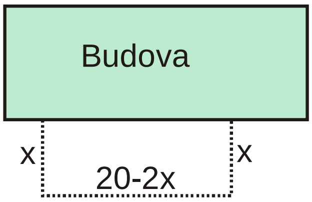
2.5.4 Další úlohy s kvadratickými funkcemi

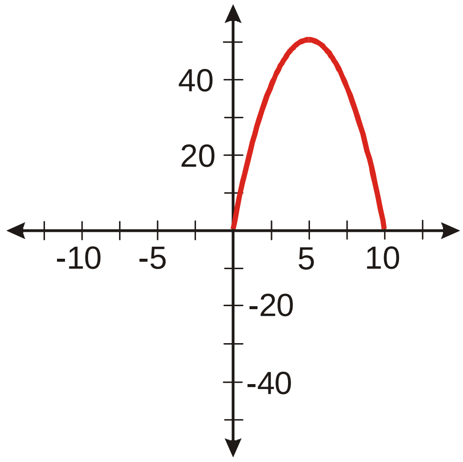
Př. 1: Zemědělec chce postavit výběh pro kuřata ve tvaru pravoúhelníku tak, že jednu stranu výběhu bude tvořit hospodářská budova. Celkem má k dispozici 20 m pletiva. Jaké mají být rozměry výběhu, aby jeho plocha byla co největší?



$S = ab = x(20-2x) = 20x - 2x^2$

$y = 20x - 2x^2 = -2x^2 + 20x = -2(x^2 - 10x) = -2(x^2 - 2x \cdot 5 + 5^2 - 5^2) = -2\left[(x-5)^2 - 25\right]$

$y = -2(x-5)^2 + 50$ Funkce dosahuje maxima pro $x = 5$, hodnota maxima je 50.

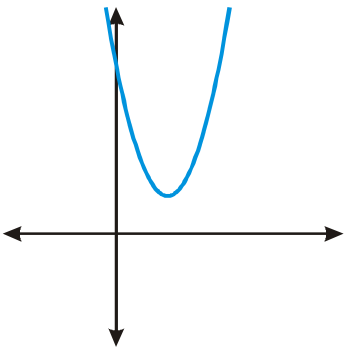


Př. 2: Která z následujících kvadratických funkcí mohou odpovídat tomuto grafu? Každé rozhodnutí zdůvodni.

a) $y = (x-2)^2 - 4$ b) $y = -x^2 + 2x - 3$

c) $y = 2(x-\pi)^2 + 4$ d) $y = 0,5x^2 + x + 2$

e) $y = x^2 - 4x + 2$

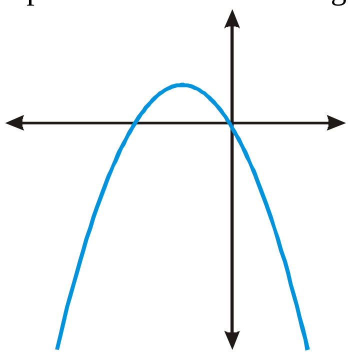


c) $y = 2(x-\pi)^2 + 4$ odpovídá grafu,

e) $y = x^2 - 4x + 2 \Rightarrow$

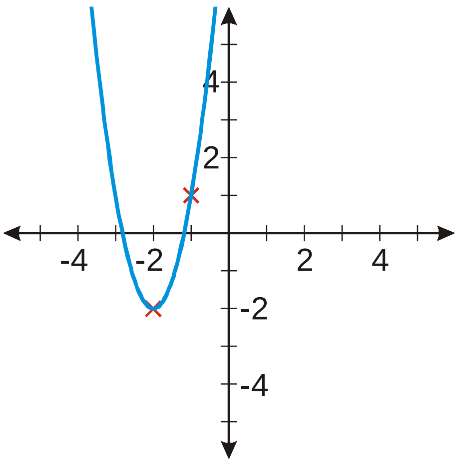
$y = x^2 - 4x + 2 = (x-2)^2 - 2$

Př. 3: Napiš předpis libovolné kvadratické funkce, která odpovídá tomuto grafu. Jaké hodnoty mohou mít koeficienty v předpisu funkce $y = A(x-B)^2 + C$, aby funkce odpovídala nakreslenému grafu?



- $A < 0$ -
- $B < 0$ (například pro $B = -1$ získáme $y = A\left[x-(-1)\right]^2 + C = A(x+1)^2 + C$)
- $C > 0$ - maximum musíme posunout nahoru

Př. 4: Urči předpis kvadratické funkce, která má minimum v bodě $[-2;-2]$ a prochází bodem $[-1;1]$.

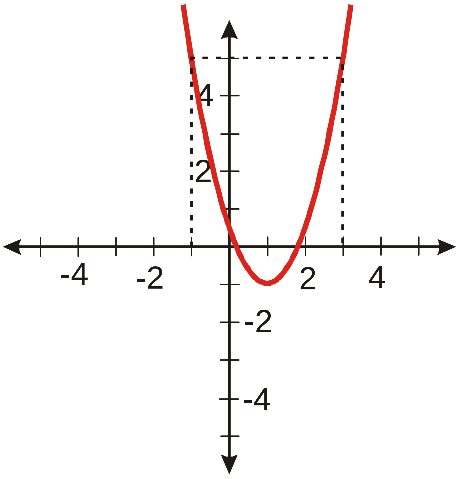


funkce má tvar: $y = A(x+2)^2 - 2$.

prochází bodem $[-1;1]$ $\Rightarrow$ bod $[-1;1]$ musí vyhovovat předpisu:

$1 = A(-1+2)^2 - 2 \quad 3 = A \cdot 1^2 \ \Rightarrow\ A = 3$.

Př. 5: Urči předpis kvadratické funkce, pro kterou platí: $H(f) = \langle -1;\infty)$, $f(-1) = f(3) = 5$.



Ze souřadnic minima můžeme ihned určit koeficienty *L* a *M*: $y = K(x-1)^2 - 1$

Koeficient *K* určíme dosazením jednoho ze zadaných bodů, například $[-1;5]$.

$5 = K((-1)-1)^2 - 1 \qquad K = \frac{3}{2}$

$y = \frac{3}{2}(x-1)^2 - 1 = \frac{3}{2}x^2 - 3x + \frac{1}{2}$

Př. 6: Urči předpis kvadratické funkce jejíž graf prochází body $A[1;0]$, $B\left[0;\frac{3}{2}\right]$, $C[5;4]$.

bod $A[1;0]$: $0 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c \ \Rightarrow\ a + b + c = 0$

bod $B\left[0;\frac{3}{2}\right]$: $\frac{3}{2} = 0 \cdot 1^2 + 0 \cdot 1 + c \ \Rightarrow\ c = \frac{3}{2}$

bod $C[5;4]$: $4 = a \cdot 5^2 + 5 \cdot 1 + c \ \Rightarrow\ 25a + 5b + c = 4$

Dosadíme za *c* do první a druhé rovnice:

$a + b + \frac{3}{2} = 0 \ \Rightarrow\ 2a + 2b = -3 \ \Rightarrow\ 2b = -3 - 2a$

$25a + 5b + \frac{3}{2} = 4 \ \Rightarrow\ 50a + 10b = 5 \quad /:5 \ \Rightarrow\ 10a + 2b = 1$

Dosadíme za $2b$ do druhé rovnice: $10a - 3 - 2a = 1$

$8a = 4 \quad a = \frac{1}{2} \qquad\qquad 2b = -3 - 2a = -3 - 2\frac{1}{2} = -4 \Rightarrow b = -2$

Hledaná funkce má předpis $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + \frac{3}{2}$.

Př. 7: Petáková:
strana 29/cvičení 46
strana 29/cvičení 48
strana 29/cvičení 50
strana 29/cvičení 51
strana 29/cvičení 52
strana 29/cvičení 53