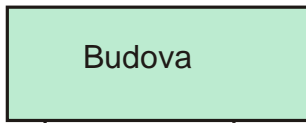


## 2.5.4 Další úlohy s kvadratickými funkcemi

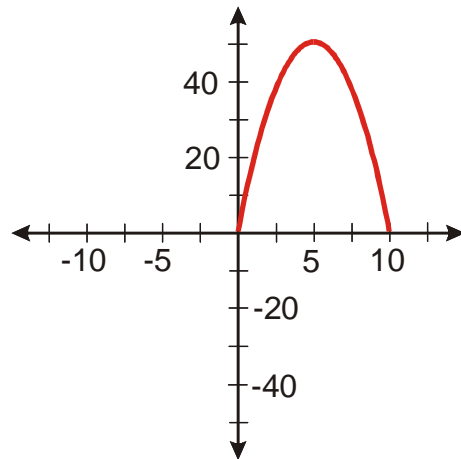
**Př. 1:** Zemědělec chce postavit výběh pro kuřata ve tvaru pravoúhelníku tak, že jednu stranu výběhu bude tvořit hospodářská budova. Celkem má k dispozici 20 m pletiva. Jaké mají být rozměry výběhu, aby jeho plocha byla co největší?



$$S = ab = x(20 - 2x) = 20x - 2x^2$$

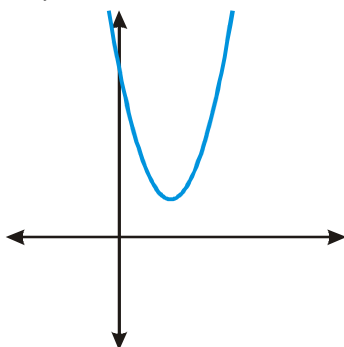
$$y = 20x - 2x^2 = -2x^2 + 20x = -2(x^2 - 10x) = -2(x^2 - 2x \cdot 5 + 5^2 - 5^2) = -2[(x-5)^2 - 25]$$

$y = -2(x-5)^2 + 50$  Funkce dosahuje maxima pro  $x = 5$ , hodnota maxima je 50.



**Př. 2:** Která z následujících kvadratických funkcí mohou odpovídat tomuto grafu? Každé rozhodnutí zdůvodni.

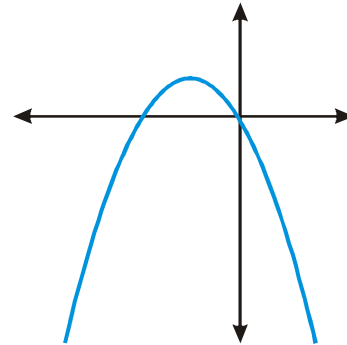
- a)  $y = (x-2)^2 - 4$     b)  $y = -x^2 + 2x - 3$   
 c)  $y = 2(x-\pi)^2 + 4$     d)  $y = 0,5x^2 + x + 2$   
 e)  $y = x^2 - 4x + 2$



- c)  $y = 2(x-\pi)^2 + 4$  odpovídá grafu,  
 e)  $y = x^2 - 4x + 2 \Rightarrow$   
 $y = x^2 - 4x + 2 = (x-2)^2 - 2$

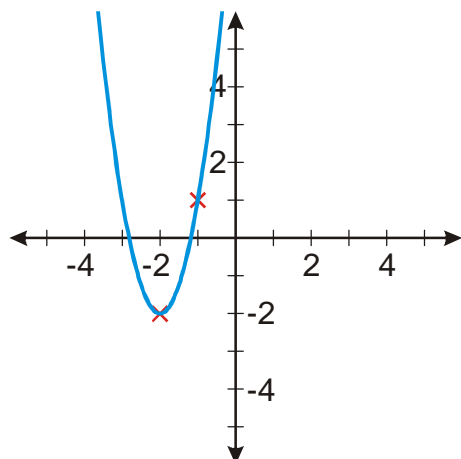
**Př. 3:** Napiš předpis libovolné kvadratické funkce, která odpovídá tomuto grafu. Jaké hodnoty mohou mít koeficienty v předpisu funkce

$y = A(x-B)^2 + C$ , aby funkce odpovídala nakreslenému grafu?



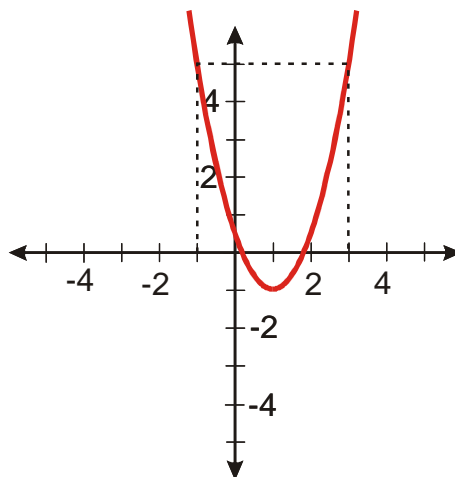
- $A < 0$  -
- $B < 0$  (například pro  $B = -1$  získáme  $y = A[x - (-1)]^2 + C = A(x+1)^2 + C$ )
- $C > 0$  - maximum musíme posunout nahoru

**Př. 4:** Urči předpis kvadratické funkce, která má minimum v bodě  $[-2; -2]$  a prochází bodem  $[-1; 1]$ .



funkce má tvar:  $y = A(x+2)^2 - 2$ .  
 prochází bodem  $[-1; 1] \Rightarrow$  bod  $[-1; 1]$   
 musí vyhovovat předpisu:  
 $1 = A(-1+2)^2 - 2 \quad 3 = A \cdot 1^2 \Rightarrow A = 3$ .

**Př. 5:** Urči předpis kvadratické funkce, pro kterou platí:  $H(f) = \langle -1; \infty \rangle$ ,  
 $f(-1) = f(3) = 5$ .



Ze souřadnic minima můžeme ihned určit koeficienty  $L$  a  $M$ :  $y = K(x-1)^2 - 1$   
 Koeficient  $K$  určíme dosazením jednoho ze zadaných bodů, například  $[-1; 5]$ .

$$5 = K((-1)-1)^2 - 1 \quad K = \frac{3}{2}$$

$$y = \frac{3}{2}(x-1)^2 - 1 = \frac{3}{2}x^2 - 3x + \frac{1}{2}$$

**Př. 6:** Urči předpis kvadratické funkce jejíž graf prochází body  $A[1; 0]$ ,  $B[0; \frac{3}{2}]$ ,  $C[5; 4]$ .

bod  $A[1; 0]$ :  $0 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c \Rightarrow a + b + c = 0$

bod  $B[0; \frac{3}{2}]$ :  $\frac{3}{2} = 0 \cdot 1^2 + 0 \cdot 1 + c \Rightarrow c = \frac{3}{2}$

bod  $C[5; 4]$ :  $4 = a \cdot 5^2 + 5 \cdot 1 + c \Rightarrow 25a + 5b + c = 4$

Dosadíme za  $c$  do první a druhé rovnice:

$$a + b + \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow 2a + 2b = -3 \Rightarrow 2b = -3 - 2a$$

$$25a + 5b + \frac{3}{2} = 4 \Rightarrow 50a + 10b = 5 \quad /:5 \Rightarrow 10a + 2b = 1$$

Dosadíme za  $2b$  do druhé rovnice:  $10a - 3 - 2a = 1$

$$8a = 4 \quad a = \frac{1}{2} \quad 2b = -3 - 2a = -3 - 2 \cdot \frac{1}{2} = -4 \Rightarrow b = -2$$

Hledaná funkce má předpis  $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + \frac{3}{2}$ .

**Př. 7:** Petáková:

- strana 29/cvičení 46
- strana 29/cvičení 48
- strana 29/cvičení 50
- strana 29/cvičení 51
- strana 29/cvičení 52
- strana 29/cvičení 53