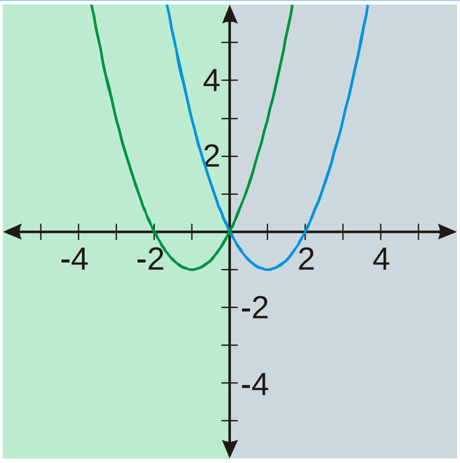
2.5.3 Kvadratické funkce s absolutní hodnotou

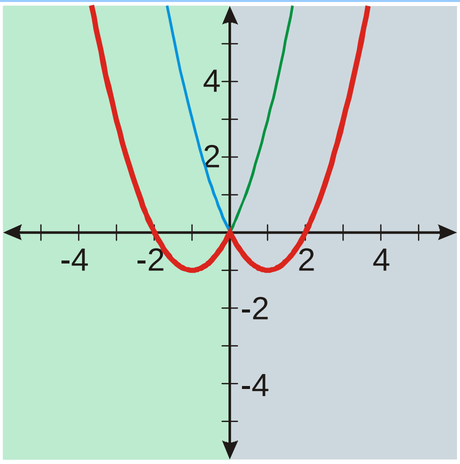
Pedagogická poznámka: Zadání příkladů je krátké, takže je stačí přepsat na tabuli.

Př. 1: Nakresli graf funkce $y = x^2 - 2|x|$.

1) $x \in (-\infty; 0)$ $\quad y = x^2 - 2|x| = x^2 - 2(-x) = x^2 + 2x + 1 - 1 = (x+1)^2 - 1$

2) $x \in \langle 0; \infty)$ $\quad y = x^2 - 2|x| = x^2 - 2x = x^2 - 2x + 1 - 1 = (x-1)^2 - 1$





Poznámka: Tento graf již známe u funkce $y = (|x| - 1)^2 - 1$. Platí $x^2 = |x|^2$ Předpis funkce pak můžeme upravit takto: $y = x^2 - 2|x| = |x|^2 - 2|x| + 1 - 1 = (|x| - 1)^2 - 1$.

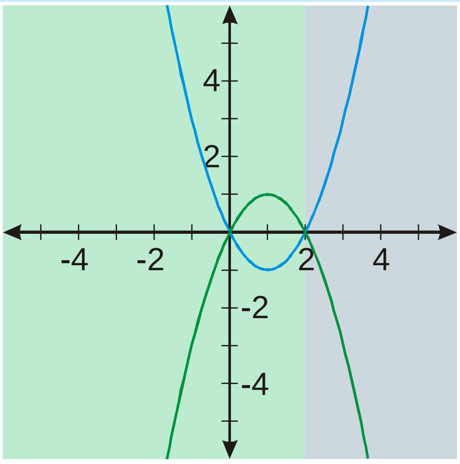
Př. 2: Najdi způsob, jak s využitím vlastností funkce $y = x^2 - 2|x|$ nakreslit její graf bez nutnosti rozdělování definičního oboru na intervaly.

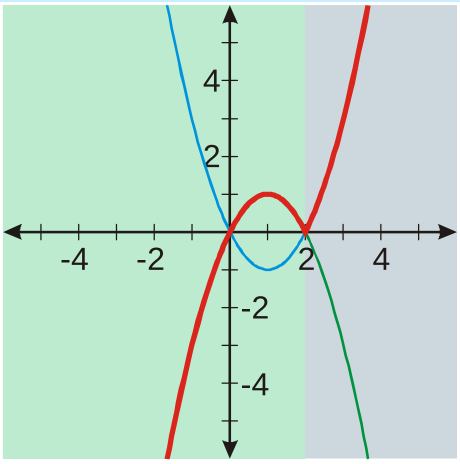
Z předpisu je jasné, že funkce $y = x^2 - 2|x|$ je sudá (skládá se ze dvou sudých funkcí $y = x^2$ a $y = |x|$) $\Rightarrow$

Př. 3: Nakresli graf funkce $y = x|x-2|$.

1) $x \in (-\infty; 2)$ $\quad y = x|x-2| = x(-x+2) = -x^2 + 2x = -x^2 + 2x - 1 + 1 = -(x-1)^2 + 1$

2) $x \in \langle 2; \infty)$ $\quad y = x|x-2| = x(x-2) = x^2 - 2x = x^2 - 2x + 1 - 1 = (x-1)^2 - 1$

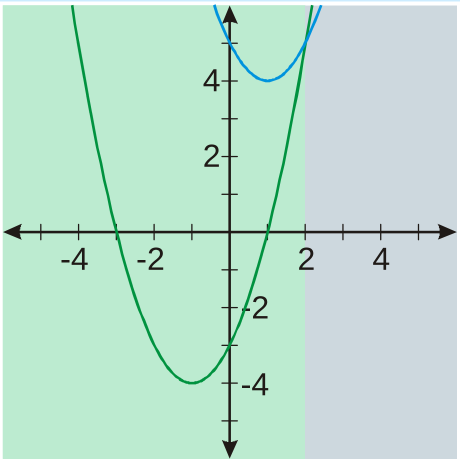


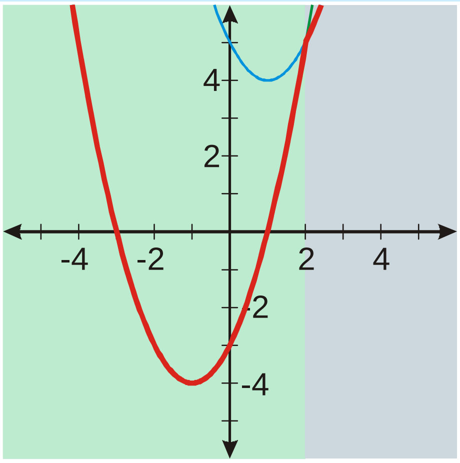


Př. 4: Nakresli graf funkce $y=x^2-2|x-2|+1$.

1) $x\in(-\infty;2)$ $y=x^2-2|x-2|+1=x^2+2(x-2)+1=x^2+2x-4+1=(x+1)^2-4$

2) $x\in\langle 2;\infty)$ $y=x^2-2|x-2|+1=x^2-2(x-2)+1=x^2-2x+4+1=(x-1)^2+4$



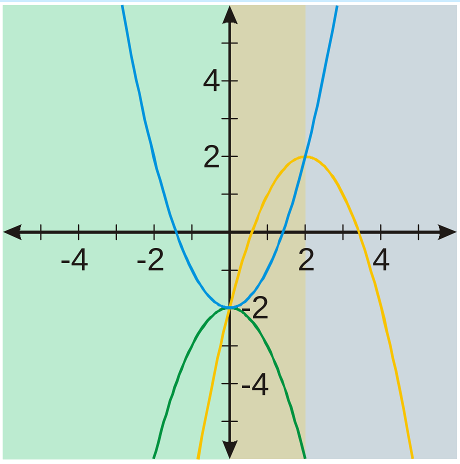


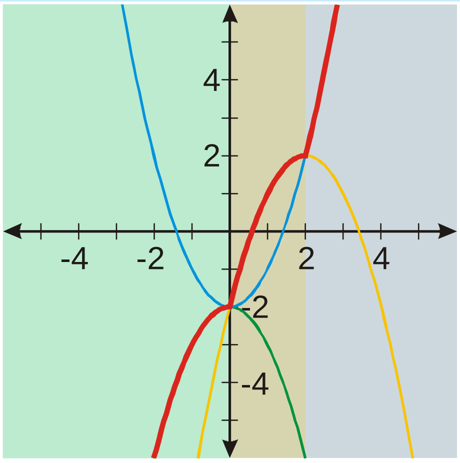
Př. 5: Nakresli graf funkce $y=x|2-x|+2|x|-2$.

1) $x\in(-\infty;0)$ $y=x|2-x|+2|x|-2=x(2-x)+2(-x)-2=2x-x^2-2x-2=-x^2-2$

2) $y=x|2-x|+2|x|-2=x(2-x)+2x-2=2x-x^2+2x-2=-x^2+4x-2=$
$=-(x^2-4x)-2=-(x^2-2x\cdot 2+2^2-2^2)-2=-\left[(x-2)^2-4\right]-2=-(x-2)^2+2$

3) $x\in\langle 2;\infty)$ $y=x|2-x|+2|x|-2=x(x-2)+2x-2=x^2-2x+2x-2=x^2-2$





Př. 6: Petáková:
strana 29/cvičení 55 $g_2;g_4;h_3;k_1$