

2.5.2 Úprava na kvadratický trojčlen

Př. 1: Nakresli graf funkce $y = x^2 - 2x$.

$$y = x^2 - 2x = \overbrace{x^2 - 2x}^{x^2 - 2x} + \overbrace{1^2 - 1^2}^0 = [x^2 - 2x \cdot 1 + 1^2] - 1^2 = (x-1)^2 - 1$$
$$A^2 - 2AB + B^2 = A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)^2$$

Př. 2: Uprav zadané kvadratické funkce doplněním na čtverec tak, aby bylo možné snadno nakreslit jejich graf.

a) $y = x^2 + 4x$ b) $y = x^2 - 8x$

a) $y = x^2 + 4x = \overbrace{x^2 + 4x}^{x^2 + 4x} + \overbrace{2^2 - 2^2}^0 = [x^2 + 2x \cdot 2 + 2^2] - 2^2 = (x+2)^2 - 4$

$$A^2 + 2AB + B^2 = A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2$$

b) $y = x^2 - 8x = \overbrace{x^2 - 8x}^{x^2 - 8x} + \overbrace{4^2 - 4^2}^0 = [x^2 - 2x \cdot 4 + 4^2] - 4^2 = (x-4)^2 - 16$

$$A^2 + 2AB + B^2 = A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2$$

Př. 3: Uprav kvadratickou funkci $y = x^2 - 2x + 2$ doplněním na čtverec tak, aby bylo možné snadno nakreslit její graf.

$$y = x^2 - 2x + 2 = \overbrace{x^2 - 2x}^{x^2 - 2x} + \overbrace{1^2 - 1^2}^0 + 2 = [x^2 - 2x \cdot 1 + 1^2] - 1^2 + 2 = (x-1)^2 + 1$$
$$A^2 - 2AB + B^2 = A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)^2$$

Př. 4: Uprav zadané kvadratické funkce doplněním na čtverec tak, aby bylo možné snadno nakreslit jejich graf.

a) $y = x^2 - 6x + 3$ b) $y = x^2 + 4x + 3$

a) $y = x^2 - 6x + 3 = \overbrace{x^2 - 6x}^{x^2 - 6x} + \overbrace{3^2 - 3^2}^0 + 3 = [x^2 - 2x \cdot 3 + 3^2] - 3^2 + 3 = (x-3)^2 - 6$

$$A^2 - 2AB + B^2 = A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)^2$$

b) $y = x^2 + 4x + 3 = \overbrace{x^2 + 4x}^{x^2 + 4x} + \overbrace{2^2 - 2^2}^0 + 3 = [x^2 + 2x \cdot 2 + 2^2] - 2^2 + 3 = (x+2)^2 - 1$

$$A^2 + 2AB + B^2 = A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2$$

Př. 5: Uprav kvadratickou funkci $y = x^2 - 4x + 4$ doplněním na čtverec tak, aby bylo možné snadno nakreslit její graf.

$$y = x^2 - 4x + 4 = \overbrace{x^2 - 4x}^{x^2 - 4x} + \overbrace{2^2 - 2^2}^0 + 4 = [x^2 - 2x \cdot 2 + 2^2] - 2^2 + 4 = (x - 2)^2$$

$$A^2 - 2AB + B^2 = A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)^2$$

Př. 6: Uprav kvadratickou funkci $y = x^2 + 3x - 1$ doplněním na čtverec tak, aby bylo možné snadno nakreslit její graf.

$$y = x^2 + 3x - 1 = x^2 + 2x \cdot \frac{3}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 1 = \left[x^2 + 2x \cdot \frac{3}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2\right] - \frac{9}{4} - 1 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{13}{4}$$

Př. 7: Uprav zadané kvadratické funkce doplněním na čtverec tak, aby bylo možné snadno nakreslit jejich graf.

a) $y = x^2 - x + 1$ b) $y = x^2 - \frac{3}{2}x - 2$

$$y = x^2 - x + 1 = x^2 - 2x \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 = \left[x^2 - 2x \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2\right] - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$$

$$y = x^2 - \frac{3}{2}x - 2 = x^2 - 2x \cdot \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 - 2 = \left[x^2 - 2x \cdot \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2\right] - \frac{9}{16} - 2 = \left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{41}{16}$$

Př. 8: Uprav kvadratickou funkci $y = -x^2 + 4x + 2$ doplněním na čtverec tak, aby bylo možné snadno nakreslit její graf.

$$y = -x^2 + 4x + 2 = -(x^2 - 4x) + 2 = -(x^2 - 2x \cdot 2 + 2^2 - 2^2) + 2 = -[(x - 2)^2 - 4] + 2 =$$

$$= -(x - 2)^2 + 4 + 2 = -(x - 2)^2 + 6$$

Př. 9: Uprav zadané kvadratické funkce doplněním na čtverec tak, aby bylo možné snadno nakreslit jejich graf.

a) $y = 2x^2 + 6x + 4$ b) $y = 0,5x^2 + x + 1$ c) $y = -2x^2 + 4x + 7$

a) $y = 2x^2 + 6x + 4 = 2(x^2 + 3x) + 4 = 2\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{2} + 4 = 2\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}$

b) $y = 0,5x^2 + x + 1 = 0,5(x^2 + 2x) + 1 = 0,5(x^2 + 2x \cdot 1 + 1^2 - 1^2) + 1 = 0,5[(x + 1)^2 - 1] + 1 =$
 $= 0,5(x + 1)^2 - 0,5 + 1 = 0,5(x + 1)^2 + 0,5$

c) $y = -2x^2 + 4x + 7 = -2(x^2 - 2x) + 7 = -2(x^2 - 2x \cdot 1 + 1^2 - 1^2) + 7 = -2[(x - 1)^2 - 1] + 7 =$
 $= -2(x - 1)^2 + 2 + 7 = -2(x - 1)^2 + 9$

Př. 10: Petáková:

strana 29/cvičení 54 $f_1, f_2, f_4, f_7, f_8, f_9$