

2.4.13 Kreslení graf obecné funkce II

Předpoklady: 2402, 2403, 2412

Př. 1: Nakresli graf funkce $y = f(x-1)$.

Funkce $y = f(x-1)$ se od funkce $y = f(x)$ liší výpočtem v závorce před dosazením do funkce.

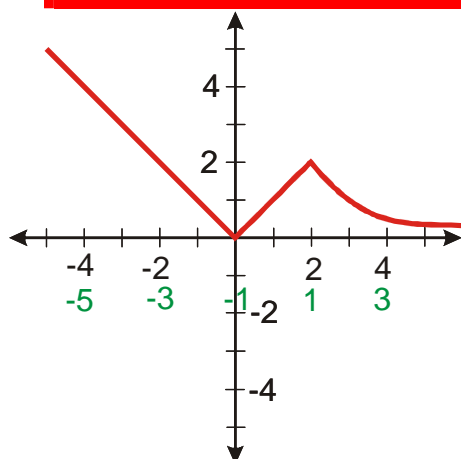
Zvolíme si $x = 1$, ještě než dosadíme do funkce, uděláme $x-1 = 1-1 = 0$, v obrázku zjišťujeme $f(1)$ jako hodnotu pro číslo 0 (i když na počátku měli hodnotu 1, do funkce dosazujeme 0).

Čísla z osy x se před dosazením do funkce změni \Rightarrow změněná čísla si napíšeme pod původní očíslování osy a obrázek kreslíme podle nich.

Zvolíme x

Vypočteme $x-1$

Nakreslíme funkci $y = f(x-1)$



Na rozdíl od minulé hodiny si do grafu nekreslíme obrázek původní funkce $y = f(x)$. Tento obrázek v grafu k ničemu nepotřebujeme (v minulé hodině jsme právě podle jeho tvaru kreslili další fáze obrázku).

Jak si budeme výsledek předchozího příkladu pamatovat?

- „1 v závorce posouvá graf po ose x “ – to ne, popisuje to pouze jeden z mnoha případů, není jasné, proč se tak stalo
- „čísla v závorce mění hodnoty neznámé, kterou dosazujeme do funkce“ – to ano, je jasné, proč se tak děje, sice budeme muset přemýšlet, co konkrétního se děje, ale funguje to vždycky

Pedagogická poznámka: Diskuse o tom, jak je vhodné si předchozí poznatek pamatovat je asi nejdůležitější v celé hodině. Není však třeba ji příliš prodlužovat, protože studenti, kteří zůstanou u „posouvání“ narazí u příkladu 3.

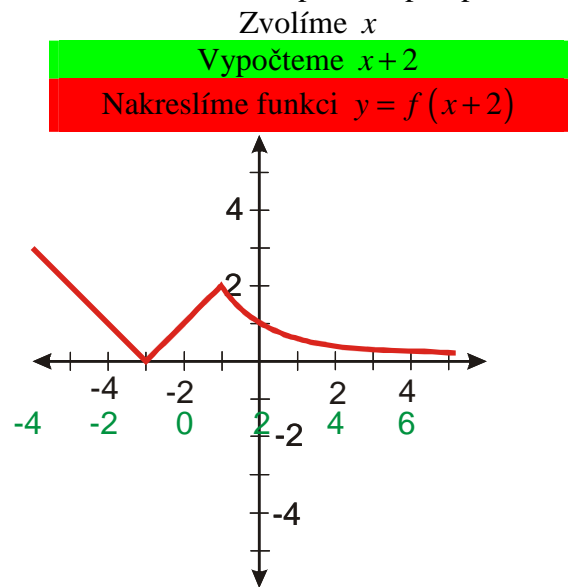
Pedagogická poznámka: Celý obsah hodiny je pro většinu studentů nenakreslitelný. Reálně a možné je dostat se s celou třídou k příkladu 7, který je důležitý pro spojení této a předcházející hodiny. Zbytek si mohou dokreslit doma nebo při cvičení.

Př. 2: Nakresli graf funkce $y = f(x+2)$.

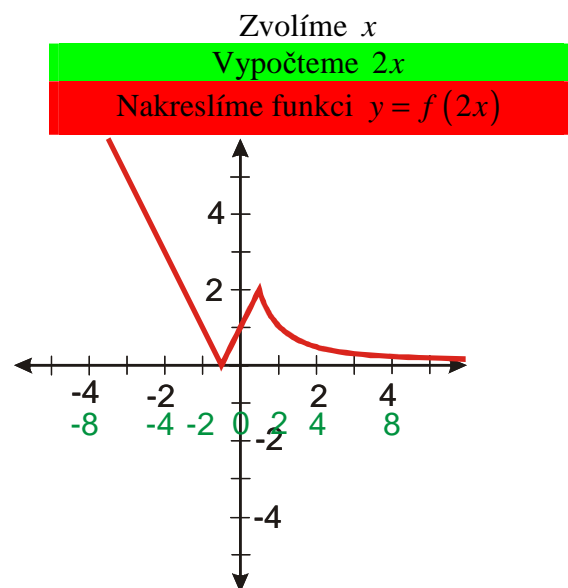
Funkce $y = f(x+2)$ se od funkce $y = f(x)$ liší výpočtem v závorce před dosazením do funkce.

Zvolíme si $x = 1$. Ještě než dosadíme do funkce, uděláme $x+2 = 1+2 = 3$. V obrázku zjišťujeme $f(1)$ jako hodnotu pro číslo 3. Kreslíme normální obrázek ze změněných čísel

⇒ změněná čísla si napíšeme pod původní očíslování osy a kreslíme podle nich.

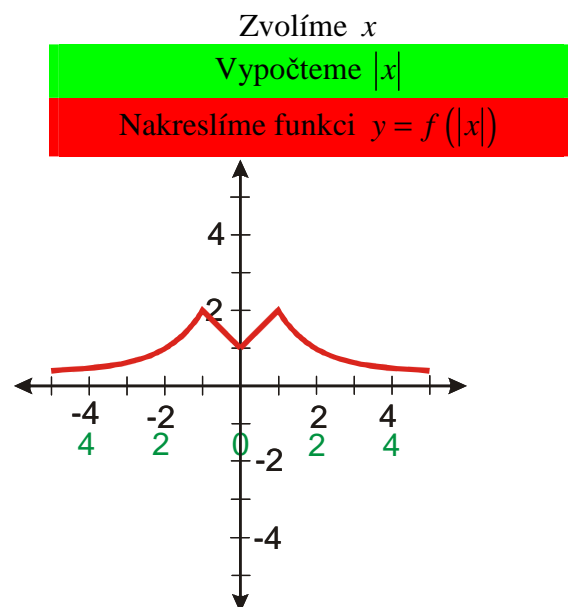


Př. 3: Nakresli graf funkce $y = f(2x)$.



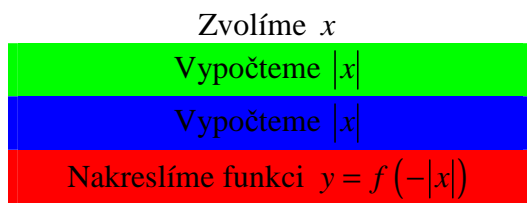
Pedagogická poznámka: U předchozího příkladu ztroskotají skoro všichni, kteří místo přečíslovávání osy fakticky posunují grafy (a nepostupují tedy podle pravidla). Tito studenti buď vůbec nevědí nebo stejně jako u násobení dvěma mimo předpis funkce očekávají zvětšení grafu. Trvám na tom, aby dodržovali postup a pak příklad vyřeší.

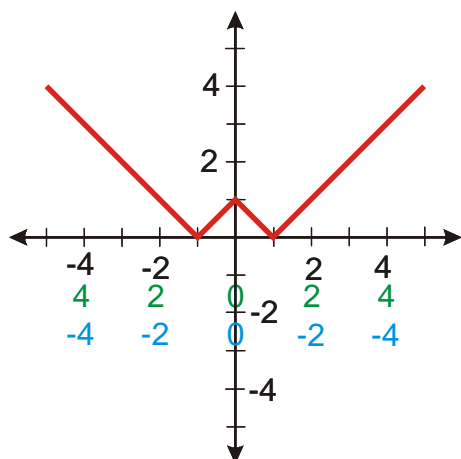
Př. 4: Nakresli graf funkce $y = f(|x|)$.



Pedagogická poznámka: S příkladem má problém mnoho studentů, často i ti, kteří se snaží postupovat správně. Většinou je příčinou neúspěchu podvědomé očekávání, že graf funkce $f(x)$ by se měl ve výsledku objevit celý. Tato (samozřejmě logicky ničím neodůvodněná, ale vzhledem k předchozím příkladům pochopitelná představa) jim brání příklad vyřešit. Při kreslení obrázku ze změněných čísel totiž postupují obráceně. Místo, aby v obrázku původní funkce hledali hodnoty pro čísla pod osou, hledají v grafu místa, kam mají překreslit všechny části původního obrázku (a pro záporná x taková místa nenajdou).

Př. 5: Nakresli graf funkce $y = f(-|x|)$.

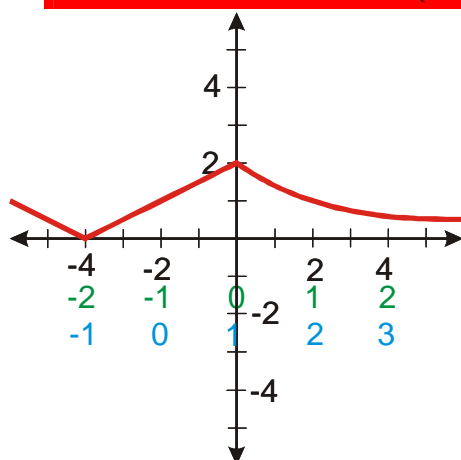




Př. 6: Nakresli graf funkce $y = f\left(\frac{1}{2}x+1\right)$.

Zvolíme x

Vypočteme $\frac{1}{2}x$
Vypočteme $\frac{1}{2}x+1$
Nakreslíme funkci $y = f\left(\frac{1}{2}x+1\right)$



Pedagogická poznámka: Snažím se studenty přesvědčit, aby přečíslovali postupně. Pro každou operaci v postupu psali novou sadu čísel a přečíslování řady udělali najednou. Někteří mají tendenci spočítat celý vnitřní výraz najednou, pro jednotlivá čísla, je to pomalejší a vede to k většímu množství chyb. U studentů, kteří u tohoto způsobu vytrvají, je v případě chyby dobré připomenout, že příčinou je špatný způsob přečíslovávání osy.

Př. 7: Nakresli graf funkce $y = 2f(|x|-1)$

Jde o kombinaci dnešní a minulé hodiny. Výraz uvnitř $f(\)$ vyřešíme pomocí přečíslovávání osy, pak nakreslíme graf a provedeme s ním operace, které jsou vně.

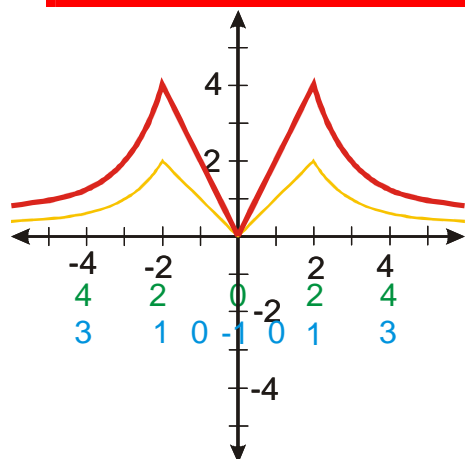
Zvolíme x

Vypočteme $|x|$

Vypočteme $|x|-1$

Nakreslíme funkci $y = f(|x|-1)$

Nakreslíme funkci $y = 2f(|x|-1)$



Shrnutí:

Graf libovolné variace funkce $f(x)$ nakreslíme tak, že předpis funkce rozdělíme na jednotlivé kroky. Výpočty uvnitř závorky značí funkci (v případě funkce $y = 2f(|x|-1)$ jde o výraz $|x|-1$) se týkají hodnot proměnné x před dosazením do funkce a mění hodnoty na ose x . Podle těchto upravených hodnot pak nakreslíme graf funkce $f(x)$. Výpočty vně závorky značí funkci (v případě funkce $y = 2f(|x|-1)$ jde o násobení $f(|x|-1)$ dvěma) se týkají již nakresleného grafu funkce a různě ho mění (podle typu výpočtu).

Nic víc nepotřebujeme. Pamatovat si, co s grafem provádějí jednotlivé druhy výpočtů, je zbytečné a zavádějící.

Př. 8: Nakresli graf funkce $y = f(|x-1|)-1$

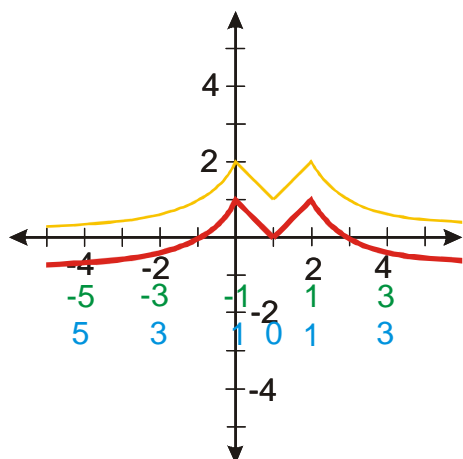
Zvolíme x

Vypočteme $x-1$

Vypočteme $|x-1|$

Nakreslíme funkci $y = f(|x-1|)$

Nakreslíme funkci $y = f(|x-1|)-1$



Př. 9: Nakresli graf funkce $y = |f(x+1) - 2|$

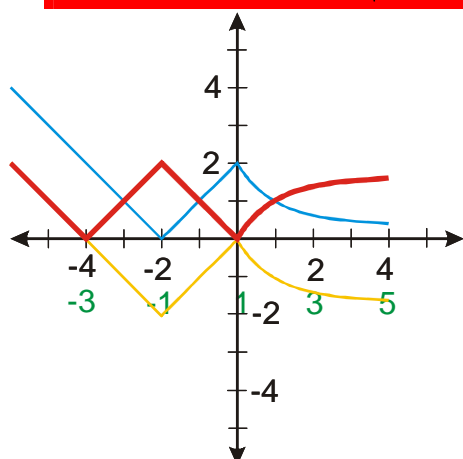
Zvolíme x

Vypočteme $x+1$

Nakreslíme funkci $y = f(x+1)$

Nakreslíme funkci $y = f(x+1) - 2$

Nakreslíme funkci $y = |f(x+1) - 2|$



Př. 10: Nakresli graf funkce $y = \frac{1}{2} f(2x-4)$

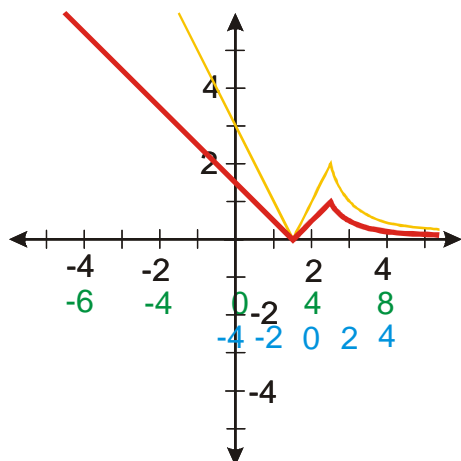
Zvolíme x

Vypočteme $2x$

Vypočteme $2x-4$

Nakreslíme funkci $y = f(2x-4)$

Nakreslíme funkci $y = \frac{1}{2} f(2x-4)$



Př. 11: Petáková:
strana 27/cvičení 29 b) c) g) i) j)

Shrnutí: Výpočty uvnitř předpisu funkce můžeme se projevují na změnách hodnot dosazovaných do funkce. Při kreslení grafu je můžeme zachytit přepisováním hodnot na ose x .

Dodatek: Analogicky by bylo možné vyřešit změny grafu vně předpisu tím, že bychom nakreslený graf funkce $f()$ nechali a pouze přepisovali hodnoty na ose y .