

## 2.4.13 Kreslení graf obecné funkce II

**Předpoklady:** 2402, 2403, 2412

**Př. 1:** Nakresli graf funkce  $y = f(x-1)$ .

Funkce  $y = f(x-1)$  se od funkce  $y = f(x)$  liší výpočtem v závorce před dosazením do funkce.

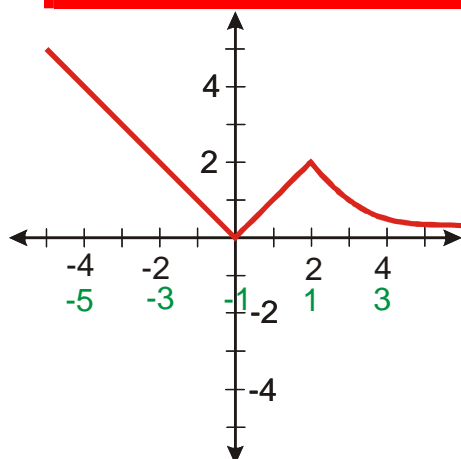
Zvolíme si  $x = 1$ , ještě než dosadíme do funkce, uděláme  $x-1 = 1-1 = 0$ , v obrázku zjišťujeme  $f(1)$  jako hodnotu pro číslo 0 (i když na počátku měli hodnotu 1, do funkce dosazujeme 0).

Čísla z osy  $x$  se před dosazením do funkce změni  $\Rightarrow$  změněná čísla si napíšeme pod původní očíslování osy a obrázek kreslíme podle nich.

Zvolíme  $x$

Vypočteme  $x-1$

Nakreslíme funkci  $y = f(x-1)$



Na rozdíl od minulé hodiny si do grafu nekreslíme obrázek původní funkce  $y = f(x)$ . Tento obrázek v grafu k ničemu nepotřebujeme (v minulé hodině jsme právě podle jeho tvaru kreslili další fáze obrázku).

Jak si budeme výsledek předchozího příkladu pamatovat?

- „1 v závorce posouvá graf po ose  $x$ “ – to ne, popisuje to pouze jeden z mnoha případů, není jasné, proč se tak stalo
- „čísla v závorce mění hodnoty neznámé, kterou dosazujeme do funkce“ – to ano, je jasné, proč se tak děje, sice budeme muset přemýšlet, co konkrétního se děje, ale funguje to vždycky

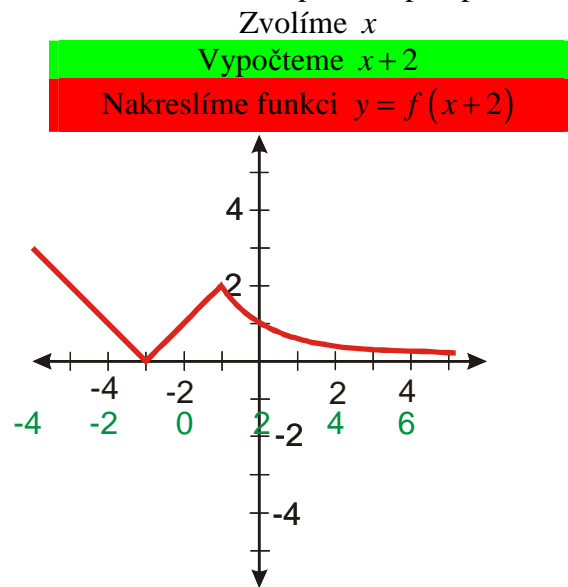
**Pedagogická poznámka:** Diskuse o tom, jak je vhodné si předchozí poznatek pamatovat je asi nejdůležitější v celé hodině. Není však třeba ji příliš prodlužovat, protože studenti, kteří zůstanou u „posouvání“ narazí u příkladu 3.

**Pedagogická poznámka:** Celý obsah hodiny je pro většinu studentů nenakreslitelný. Reálně a možné je dostat se s celou třídou k příkladu 7, který je důležitý pro spojení této a předcházející hodiny. Zbytek si mohou dokreslit doma nebo při cvičení.

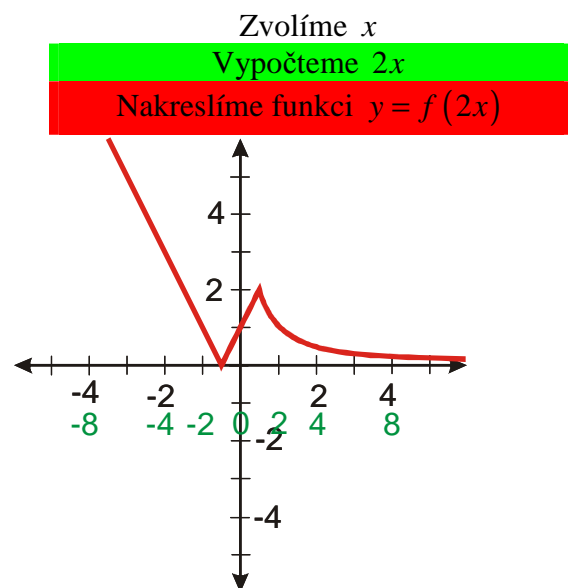
**Př. 2:** Nakresli graf funkce  $y = f(x+2)$ .

Funkce  $y = f(x+2)$  se od funkce  $y = f(x)$  liší výpočtem v závorce před dosazením do funkce.

Zvolíme si  $x = 1$ . Ještě než dosadíme do funkce, uděláme  $x+2 = 1+2 = 3$ . V obrázku zjišťujeme  $f(1)$  jako hodnotu pro číslo 3. Kreslíme normální obrázek ze změněných čísel  $\Rightarrow$  změněná čísla si napíšeme pod původní očíslování osy a kreslíme podle nich.

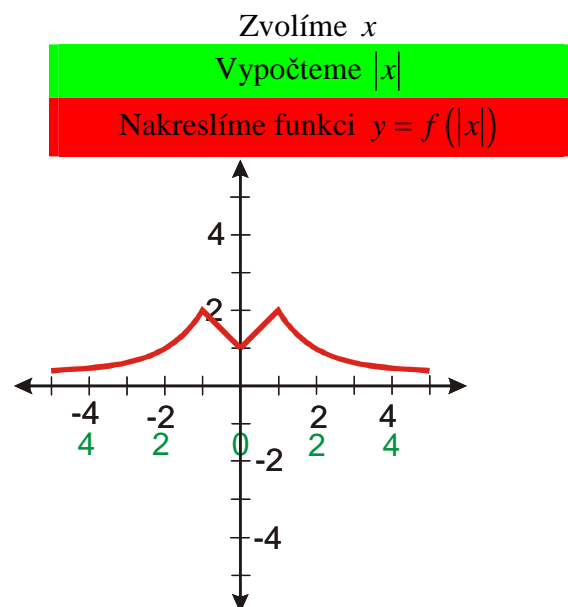


**Př. 3:** Nakresli graf funkce  $y = f(2x)$ .



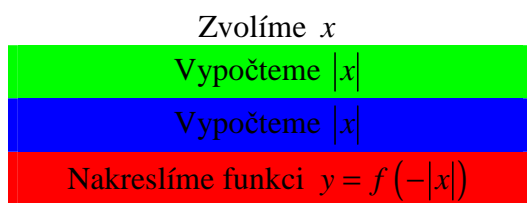
**Pedagogická poznámka:** U předchozího příkladu ztroskotají skoro všichni, kteří místo přečíslovávání osy fakticky posunují grafy (a nepostupují tedy podle pravidla). Tito studenti buď vůbec nevědí nebo stejně jako u násobení dvěma mimo předpis funkce očekávají zvětšení grafu. Trvám na tom, aby dodržovali postup a pak příklad vyřeší.

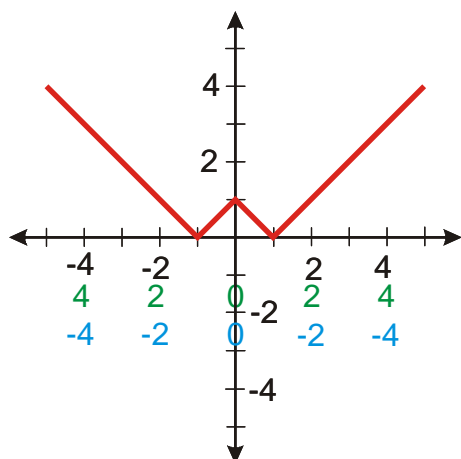
**Př. 4:** Nakresli graf funkce  $y = f(|x|)$ .



**Pedagogická poznámka:** S příkladem má problém mnoho studentů, často i ti, kteří se snaží postupovat správně. Většinou je příčinou neúspěchu podvědomé očekávání, že graf funkce  $f(x)$  by se měl ve výsledku objevit celý. Tato (samozřejmě logicky ničím neodůvodněná, ale vzhledem k předchozím příkladům pochopitelná představa) jim brání příklad vyřešit. Při kreslení obrázku ze změněných čísel totiž postupují obráceně. Místo, aby v obrázku původní funkce hledali hodnoty pro čísla pod osou, hledají v grafu místa, kam mají překreslit všechny části původního obrázku (a pro záporná  $x$  taková místa nenajdou).

**Př. 5:** Nakresli graf funkce  $y = f(-|x|)$ .





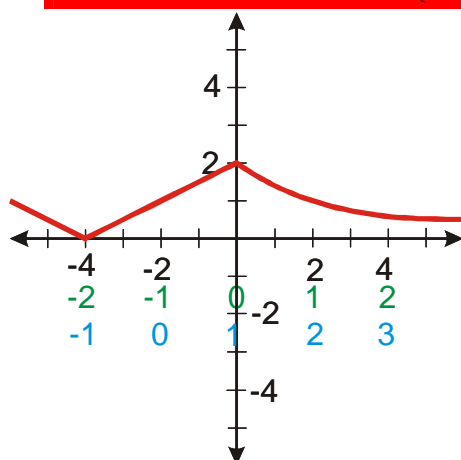
**Př. 6:** Nakresli graf funkce  $y = f\left(\frac{1}{2}x+1\right)$ .

Zvolíme  $x$

Vypočteme  $\frac{1}{2}x$

Vypočteme  $\frac{1}{2}x+1$

Nakreslíme funkci  $y = f\left(\frac{1}{2}x+1\right)$



**Pedagogická poznámka:** Snažím se studenty přesvědčit, aby přečíslovali postupně. Pro každou operaci v postupu psali novou sadu čísel a přečíslování řady udělali najednou. Někteří mají tendenci spočítat celý vnitřní výraz najednou, pro jednotlivá čísla, je to pomalejší a vede to k většímu množství chyb. U studentů, kteří u tohoto způsobu vytrvají, je v případě chyby dobré připomenout, že příčinou je špatný způsob přečíslovávání osy.

**Př. 7:** Nakresli graf funkce  $y = 2f(|x|-1)$

Jde o kombinaci dnešní a minulé hodiny. Výraz uvnitř  $f(\ )$  vyřešíme pomocí přečíslovávání osy, pak nakreslíme graf a provedeme s ním operace, které jsou vně.

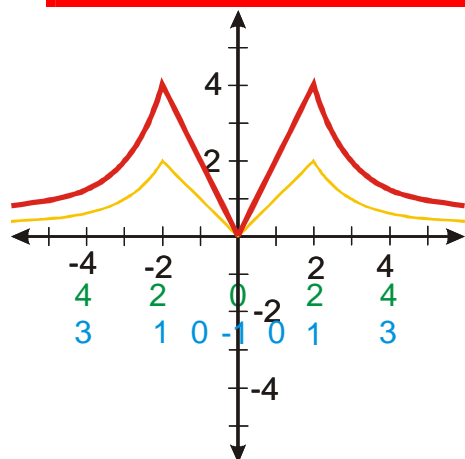
Zvolíme  $x$

Vypočteme  $|x|$

Vypočteme  $|x|-1$

Nakreslíme funkci  $y = f(|x|-1)$

Nakreslíme funkci  $y = 2f(|x|-1)$



**Shrnutí:**

Graf libovolné variace funkce  $f(x)$  nakreslíme tak, že předpis funkce rozdělíme na jednotlivé kroky. Výpočty uvnitř závorky značící funkci (v případě funkce  $y = 2f(|x|-1)$  jde o výraz  $|x|-1$ ) se týkají hodnot proměnné  $x$  před dosazením do funkce a mění hodnoty na ose  $x$ . Podle těchto upravených hodnot pak nakreslíme graf funkce  $f(x)$ . Výpočty vně závorky značící funkci (v případě funkce  $y = 2f(|x|-1)$  jde o násobení  $f(|x|-1)$  dvěma) se týkají již nakresleného grafu funkce a různě ho mění (podle typu výpočtu).

Nic víc nepotřebujeme. Pamatovat si, co s grafem provádějí jednotlivé druhy výpočtů, je zbytečné a zavádějící.

**Př. 8:** Nakresli graf funkce  $y = f(|x-1|)-1$

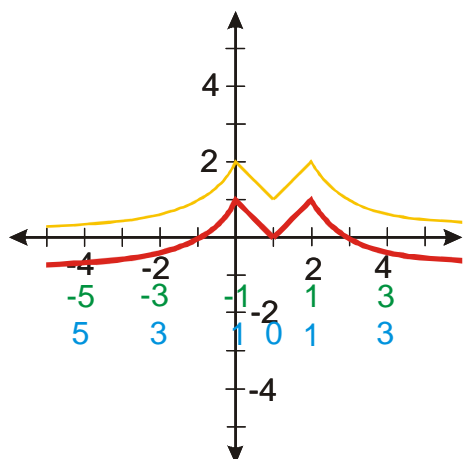
Zvolíme  $x$

Vypočteme  $x-1$

Vypočteme  $|x-1|$

Nakreslíme funkci  $y = f(|x-1|)$

Nakreslíme funkci  $y = f(|x-1|)-1$



**Př. 9:** Nakresli graf funkce  $y = |f(x+1) - 2|$

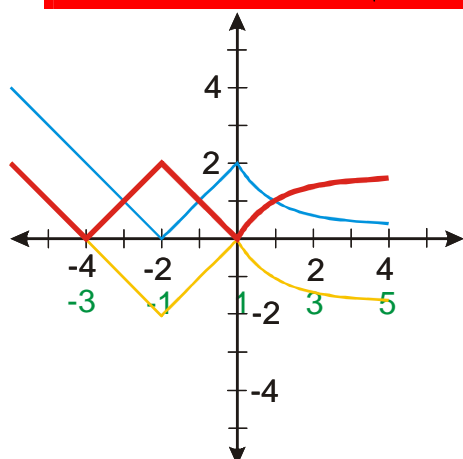
Zvolíme  $x$

Vypočteme  $x+1$

Nakreslíme funkci  $y = f(x+1)$

Nakreslíme funkci  $y = f(x+1) - 2$

Nakreslíme funkci  $y = |f(x+1) - 2|$



**Př. 10:** Nakresli graf funkce  $y = \frac{1}{2} f(2x-4)$

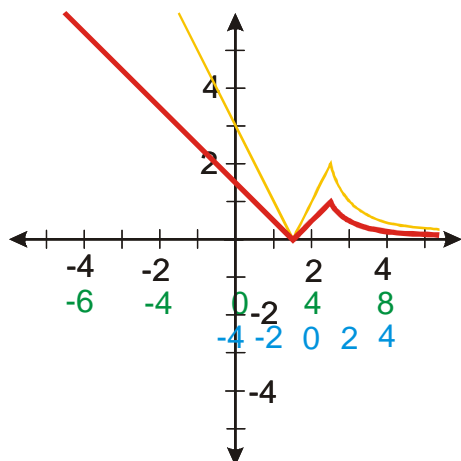
Zvolíme  $x$

Vypočteme  $2x$

Vypočteme  $2x-4$

Nakreslíme funkci  $y = f(2x-4)$

Nakreslíme funkci  $y = \frac{1}{2} f(2x-4)$



**Př. 11:** Petáková:  
strana 27/cvičení 29 b) c) g) i) j)

**Shrnutí:** Výpočty uvnitř předpisu funkce můžeme se projevují na změnách hodnot dosazovaných do funkce. Při kreslení grafu je můžeme zachytit přepisováním hodnot na ose  $x$ .

**Dodatek:** Analogicky by bylo možné vyřešit změny grafu vně předpisu tím, že bychom nakreslený graf funkce  $f( )$  nechali a pouze přepisovali hodnoty na ose  $y$ .