2.4.11 Nerovnice s absolutní hodnotou

Př. 1: Vyřeš nerovnici $|x-1| \le 2$ všemi způsoby používanými při řešení rovnic.

$x \in (-\infty;1\rangle$ $\quad -x+1 \le 2$

$-1 \le x \quad \Rightarrow \quad K_1 = \langle -1;1\rangle$

$x \in \langle 1;\infty)$ $\quad x-1 \le 2$

$x \le 3 \quad \Rightarrow \quad K_2 = \langle 1;3\rangle$

$K = K_1 \cup K_2 = \langle -1;3\rangle$

Př. 2: Vyřeš rovnici $|x+1| > -1$ pomocí všech tří předchozích metod. Metodu dělení definičního oboru použij jako poslední.

$x \in (-\infty;-1\rangle$ $\quad -x-1 > -1$

$0 > x \quad \Rightarrow \quad K_1 = (-\infty;-1\rangle$

$x \in \langle -1;\infty)$ $\quad x+1 > -1$

$x > -2 \quad \Rightarrow \quad K_2 = \langle -1;\infty)$

$K = K_1 \cup K_2 = R$

Př. 3: Vyřeš rovnici $|x+2|+2 < 1$ pomocí všech tří předchozích metod. Metodu dělení R použij jako poslední.

$x \in (-\infty;-2\rangle$ $\quad -x-2+2 < 1$

$1 < x \quad \Rightarrow \quad K_1 = \varnothing$

$x \in \langle -2;\infty)$ $\quad x+2+2 < 1$

$x < -3 \quad \Rightarrow \quad K_2 = \varnothing$

$K = K_1 \cup K_2 = \varnothing$

Př. 4: Vyřeš nerovnici $|x-3| \ge 1$, pomocí nejvhodnějšího postupu. Volbu postupu zdůvodni.

$|x-3| \ge 1$ - Hledám čísla, jejichž obrazy na číselné ose jsou od obrazu čísla 3, vzdálené jedna nebo více. $K = (-\infty;2\rangle \cup \langle 4;\infty)$

Př. 5: Vyřeš nerovnici $|3x-1| < x$

$x \in \left(-\infty;\frac{1}{3}\right\rangle$ $\quad 1 < 4x \quad x > \frac{1}{4} \quad \Rightarrow \quad K_1 = \left(\frac{1}{4};\frac{1}{3}\right\rangle$

$x \in \left\langle\frac{1}{3};\infty\right)$ $\quad 3x-1 < x \quad x < \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad K_2 = \left\langle\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right)$

$K = K_1 \cup K_2 = \left(\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right)$

Př. 6: Vyřeš nerovnici $|x-\sqrt{3}| > 2+5\sqrt{3}$

$x \in (-\infty;\sqrt{3}\rangle$ $\quad -x+\sqrt{3} > 2+5\sqrt{3}$

$x < -2-4\sqrt{3}$ $\quad K_1 = \left(-\infty;\sqrt{3}\right\rangle \cap \left(-\infty;-2-4\sqrt{3}\right) = \left(-\infty;-2-4\sqrt{3}\right)$

$x \in \left\langle\sqrt{3};\infty\right)$ $\quad x-\sqrt{3} > 2+5\sqrt{3}$

$x > 2+6\sqrt{3}$ $\quad K_2 = \left\langle\sqrt{3};\infty\right) \cap \left(2+6\sqrt{3};\infty\right) = \left(2+6\sqrt{3};\infty\right)$

$K = K_1 \cup K_2 = \left(-\infty;-2-4\sqrt{3}\right) \cup \left(2+6\sqrt{3};\infty\right)$

Př. 7: Vyřeš nerovnici $|1-x| > 3|x+3|$

$x \in (-\infty;-3\rangle$ $\quad 1-x > 3(-x-3)$ $\quad x > -5$ $\quad K_1 = (-5;-3\rangle$

$x \in \langle -3;1\rangle$ $\quad 1-x > 3(x+3)$ $\quad x < -2$ $\quad K_2 = \langle -3;-2)$

$x \in \langle 1;\infty)$ $\quad -1+x > 3(x+3)$ $\quad -5 > x$ $\quad K_3 = \emptyset$

$K = K_1 \cup K_2 \cup K_3 = (-5;-2)$

Př. 8: Vyřeš nerovnici $|2x+1| - |3-x| > x$

$x \in \left(-\infty;-\frac{1}{2}\right\rangle$ $\quad -2x-1-(3-x) > x$ $\quad x < -2$ $\quad K_1 = (-\infty;-2)$

$x \in \left\langle -\frac{1}{2};3\right\rangle$ $\quad 2x+1-(3-x) > x$ $\quad x > 1$ $\quad K_2 = (1;3\rangle$

$x \in \langle 3;\infty)$ $\quad 2x+1+(3-x) > x$ $\quad 0 > -4$ $\quad K_3 = \langle 3;\infty)$

$K = K_1 \cup K_2 \cup K_3 = (-\infty;-2) \cup (1;\infty)$

Př. 9: Vyřeš nerovnici $\frac{x}{|x-2|} \leq 3$

$x \in (-\infty;2\rangle$ $\quad x \leq 3(-x+2)$ $\quad x \leq \frac{3}{2}$ $\quad K_1 = \left(-\infty;\frac{3}{2}\right\rangle$

$x \in \langle 2;\infty)$ $\quad x \leq 3(x-2)$ $\quad 3 \leq x$ $\quad K_2 = \langle 3;\infty)$

$K = K_1 \cup K_2 = \left(-\infty;\frac{3}{2}\right\rangle \cup \langle 3;\infty)$

Př. 10: Vyřeš nerovnici $\frac{|x+3|}{x+1} \geq 2$

$x \in (-\infty;-3\rangle$ $\quad \frac{-x-3}{x+1} \geq 2$ $\quad /(x+1)$ - násobím záporným číslem

$-\frac{5}{3} \leq x$ $\quad K_1 = \emptyset$

$x \in \langle -3;-1)$ $\quad \frac{x+3}{x+1} \geq 2$ $\quad /(x+1)$ - násobím záporným číslem

$1 \leq x$ $\quad K_2 = \emptyset$

$x \in (-1;\infty)$ $\quad \frac{x+3}{x+1} \geq 2$ $\quad /(x+1)$ - násobím kladným číslem

$1 \geq x$ $\quad K_3 = (-1;2\rangle$

$K = K_1 \cup K_2 \cup K_3 = (-1;2\rangle$