

2.4.11 Nerovnice s absolutní hodnotou

Př. 1: Vyřeš nerovnici $|x-1| \leq 2$ všemi způsoby používanými při řešení rovnic.

$$x \in (-\infty; 1) \quad -x+1 \leq 2$$

$$-1 \leq x \quad \Rightarrow K_1 = \langle -1; 1 \rangle$$

$$x \in \langle 1; \infty) \quad x-1 \leq 2$$

$$x \leq 3 \quad \Rightarrow K_2 = \langle 1; 3 \rangle$$

$$K = K_1 \cup K_2 = \langle -1; 3 \rangle$$

Př. 2: Vyřeš rovnici $|x+1| > -1$ pomocí všech tří předchozích metod. Metodu dělení definičního oboru použij jako poslední.

$$x \in (-\infty; -1) \quad -x-1 > -1$$

$$0 > x \quad \Rightarrow K_1 = (-\infty; -1)$$

$$x \in \langle -1; \infty) \quad x+1 > -1$$

$$x > -2 \quad \Rightarrow K_2 = \langle -1; \infty)$$

$$K = K_1 \cup K_2 = R$$

Př. 3: Vyřeš rovnici $|x+2|+2 < 1$ pomocí všech tří předchozích metod. Metodu dělení R použij jako poslední.

$$x \in (-\infty; -2) \quad -x-2+2 < 1$$

$$1 < x \quad \Rightarrow K_1 = \emptyset$$

$$x \in \langle -2; \infty) \quad x+2+2 < 1$$

$$x < -3 \quad \Rightarrow K_2 = \emptyset$$

$$K = K_1 \cup K_2 = \emptyset$$

Př. 4: Vyřeš nerovnici $|x-3| \geq 1$, pomocí nejvhodnějšího postupu. Volbu postupu zdůvodni.

$|x-3| \geq 1$ - Hledám čísla, jejichž obrazy na číselné ose jsou od obrazu čísla 3, vzdálené jedna nebo více. $K = (-\infty; 2) \cup \langle 4; \infty)$

Př. 5: Vyřeš nerovnici $|3x-1| < x$

$$x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \quad 1 < 4x \quad x > \frac{1}{4} \quad \Rightarrow K_1 = \left(\frac{1}{4}; \frac{1}{3}\right)$$

$$x \in \left(\frac{1}{3}; \infty\right) \quad 3x-1 < x \quad x < \frac{1}{2} \quad \Rightarrow K_2 = \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$$

$$K = K_1 \cup K_2 = \left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$$

Př. 6: Vyřeš nerovnici $|x-\sqrt{3}| > 2+5\sqrt{3}$

$$x \in (-\infty; \sqrt{3}) \quad -x+\sqrt{3} > 2+5\sqrt{3}$$

$$x < -2 - 4\sqrt{3} \quad K_1 = (-\infty; \sqrt{3}) \cap (-\infty; -2 - 4\sqrt{3}) = (-\infty; -2 - 4\sqrt{3})$$

$$x \in \langle \sqrt{3}; \infty \rangle \quad x - \sqrt{3} > 2 + 5\sqrt{3}$$

$$x > 2 + 6\sqrt{3} \quad K_2 = \langle \sqrt{3}; \infty \rangle \cap (2 + 6\sqrt{3}; \infty) = (2 + 6\sqrt{3}; \infty)$$

$$K = K_1 \cup K_2 = (-\infty; -2 - 4\sqrt{3}) \cup (2 + 6\sqrt{3}; \infty)$$

Př. 7: Vyřeš nerovnici $|1-x| > 3|x+3|$

$$x \in (-\infty; -3) \quad 1-x > 3(-x-3) \quad x > -5 \quad K_1 = (-5; -3)$$

$$x \in \langle -3; 1 \rangle \quad 1-x > 3(x+3) \quad x < -2 \quad K_2 = \langle -3; -2 \rangle$$

$$x \in \langle 1; \infty \rangle \quad -1+x > 3(x+3) \quad -5 > x \quad K_3 = \emptyset$$

$$K = K_1 \cup K_2 \cup K_3 = (-5; -2)$$

Př. 8: Vyřeš nerovnici $|2x+1| - |3-x| > x$

$$x \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \quad -2x-1-(3-x) > x \quad x < -2 \quad K_1 = (-\infty; -2)$$

$$x \in \left(-\frac{1}{2}; 3\right) \quad 2x+1-(3-x) > x \quad x > 1 \quad K_2 = (1; 3)$$

$$x \in \langle 3; \infty \rangle \quad 2x+1+(3-x) > x \quad 0 > -4 \quad K_3 = \langle 3; \infty \rangle$$

$$K = K_1 \cup K_2 \cup K_3 = (-\infty; -2) \cup (1; \infty)$$

Př. 9: Vyřeš nerovnici $\frac{x}{|x-2|} \leq 3$

$$x \in (-\infty; 2) \quad x \leq 3(-x+2) \quad x \leq \frac{3}{2} \quad K_1 = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$$

$$x \in \langle 2; \infty \rangle \quad x \leq 3(x-2) \quad 3 \leq x \quad K_2 = \langle 3; \infty \rangle$$

$$K = K_1 \cup K_2 = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right) \cup \langle 3; \infty \rangle$$

Př. 10: Vyřeš nerovnici $\frac{|x+3|}{x+1} \geq 2$

$$x \in (-\infty; -3) \quad \frac{-x-3}{x+1} \geq 2 \quad / (x+1) - \text{násobím záporným číslem}$$

$$-\frac{5}{3} \leq x \quad K_1 = \emptyset$$

$$x \in \langle -3; -1 \rangle \quad \frac{x+3}{x+1} \geq 2 \quad / (x+1) - \text{násobím záporným číslem}$$

$$1 \leq x \quad K_2 = \emptyset$$

$$x \in (-1; \infty) \quad \frac{x+3}{x+1} \geq 2 \quad / (x+1) - \text{násobím kladným číslem}$$

$$1 \geq x \quad K_3 = (-1; 2)$$

$$K = K_1 \cup K_2 \cup K_3 = (-1; 2)$$