

2.4.9 Rovnice s absolutní hodnotou I

Př. 1: Vyřeš rovnici $|x+2|=1$.

1. způsob – odstranění absolutní hodnoty dělením definičního oboru na intervaly

$$x \in (-\infty; -2) \quad x+2 \leq 0 \Rightarrow |x+2| = -(x+2)$$

$$\text{Řešíme rovnici: } |x+2|=1 \quad -x-2=1 \quad -3=x$$

$$-3 \text{ patří mezi čísla, se kterými jsme počítali} \Rightarrow K_1 = \{-3\}$$

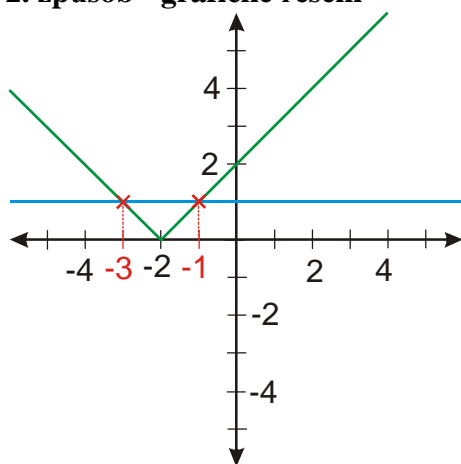
$$x \in (-2; \infty) \quad x+2 \geq 0 \Rightarrow |x+2| = x+2$$

$$\text{Řešíme rovnici: } |x+2|=1 \quad x+2=1 \quad x=-1$$

$$-1 \text{ patří mezi čísla, se kterými jsme počítali} \Rightarrow K_2 = \{-1\}$$

$$K = K_1 \cup K_2 = \{-3; -1\}$$

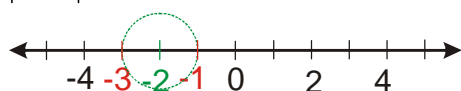
2. způsob - grafické řešení



$$K = \{-3, -1\}$$

3. způsob – využití významu absolutní hodnoty z rozdílu dvou čísel

$|a-b|$ je vzdálenost obrazů čísel a a b na číselné ose: $|x+2|=|x-(-2)|=1$



$$K = \{-3, -1\}$$

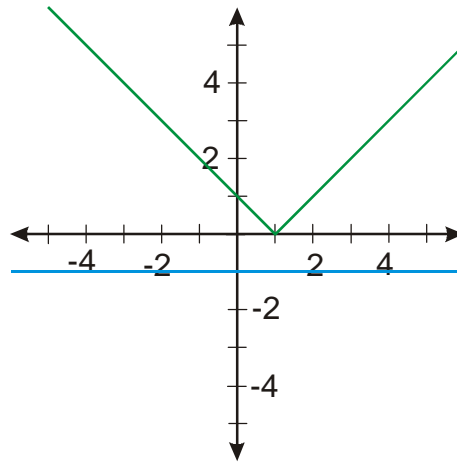
Řešení rovnic

Kreslení grafů

Př. 2: Vyřeš rovnici $|x-1|=-1$ pomocí všech tří předchozích metod. Metodu dělení definičního oboru použij jako poslední.

1. způsob – využití významu absolutní hodnoty z rozdílu dvou čísel

Zápis: $|x-1|=-1$ znamená \Rightarrow hledáme body, které mají od 1 vzdálenost $-1 \Rightarrow K = \emptyset$



$$K = \emptyset$$

2. způsob - grafické řešení

3. způsob – odstranění absolutní hodnoty dělením definičního oboru na intervaly

$$x \in (-\infty; 1) \quad x-1 \leq 0 \Rightarrow |x-1| = -(x-1) = -x+1$$

$$\text{Řešíme rovnici: } |x-1| = -1 \quad -x+1 = -1 \quad 2 = x \Rightarrow K_1 = \emptyset$$

$$x \in \langle 1; \infty) \quad x-1 \geq 0 \Rightarrow |x-1| = x-1$$

$$\text{Řešíme rovnici: } |x-1| = -1 \quad x-1 = -1 \quad x = 0 \Rightarrow K_2 = \emptyset$$

Př. 3: Vyřeš rovnici $|3x-7| = 2$.

$$x \in \left(-\infty; \frac{7}{3}\right) \quad 3x-7 \leq 0 \Rightarrow |3x-7| = -(3x-7) = -3x+7$$

$$\text{Řešíme rovnici: } |3x-7| = 2 \quad -3x+7 = 2 \quad -3x = -5 \quad x = \frac{5}{3} \Rightarrow K_1 = \left\{\frac{5}{3}\right\}$$

$$x \in \left\langle \frac{7}{3}; \infty\right) \quad 3x-7 \geq 0 \Rightarrow |3x-7| = 3x-7$$

$$\text{Řešíme rovnici: } |3x-7| = 2 \quad 3x-7 = 2 \quad 3x = 9 \quad x = 3 \Rightarrow K_2 = \{3\}$$

$$K = K_1 \cup K_2 = \left\{\frac{5}{3}; 3\right\}$$

Př. 4: Vyřeš rovnici $|x-\sqrt{3}+1| = 2-\sqrt{3}$.

$$x \in (-\infty; \sqrt{3}-1) \quad x-\sqrt{3}+1 \leq 0 \Rightarrow |x-\sqrt{3}+1| = -(x-\sqrt{3}+1) = -x+\sqrt{3}-1$$

$$\text{Řešíme rovnici: } |x-\sqrt{3}+1| = 2-\sqrt{3} \quad -x+\sqrt{3}-1 = 2-\sqrt{3} \quad x = 2\sqrt{3}-3 \approx 0,46$$

$$2\sqrt{3}-3 \text{ patří mezi čísla, se kterými jsme počítali} \Rightarrow K_1 = \{2\sqrt{3}-3\}$$

$$x \in \langle \sqrt{3}-1; \infty) \quad x-\sqrt{3}+1 \geq 0 \Rightarrow |x-\sqrt{3}+1| = x-\sqrt{3}+1$$

$$\text{Řešíme rovnici: } |x-\sqrt{3}+1| = 2-\sqrt{3} \quad x-\sqrt{3}+1 = 2-\sqrt{3} \quad x = 1$$

$$1 \text{ patří mezi čísla, se kterými jsme počítali} \Rightarrow K_2 = \{1\}$$

$$K = K_1 \cup K_2 = \{2\sqrt{3}-3; 1\}$$