2.4.9 Rovnice s absolutní hodnotou I

Př. 1: Vyřeš rovnici $|x+2|=1$.

1. způsob – odstranění absolutní hodnoty dělením definičního oboru na intervaly

$x\in(-\infty;-2\rangle$ $\quad x+2\le 0 \Rightarrow |x+2|=-(x+2)$

Řešíme rovnici: $|x+2|=1 \quad -x-2=1 \quad -3=x$

-3 patří mezi čísla, se kterými jsme počítali $\Rightarrow K_1=\{-3\}$

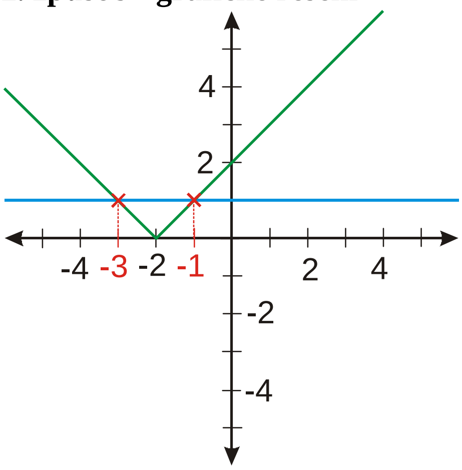
$x\in\langle-2;\infty)$ $\quad x+2\ge 0 \Rightarrow |x+2|=x+2$

Řešíme rovnici: $|x+2|=1 \quad x+2=1 \quad x=-1$

-1 patří mezi čísla, se kterými jsme počítali $\Rightarrow K_2=\{-1\}$

$K=K_1\cup K_2=\{-3;-1\}$

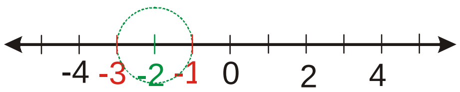
2. způsob - grafické řešení



$K=\{-3,-1\}$

3. způsob – využití významu absolutní hodnoty z rozdílu dvou čísel

$|a-b|$ je vzdálenost obrazů čísel a a b na číselné ose: $|x+2|=|x-(-2)|=1$



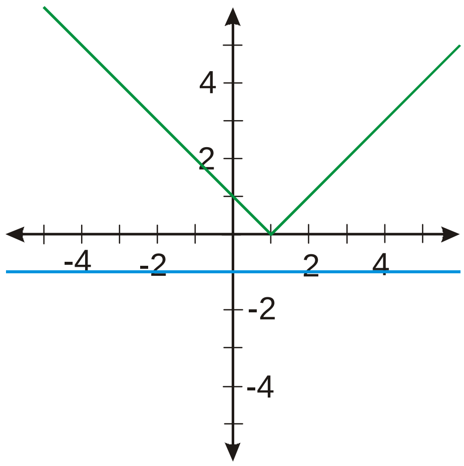
$K=\{-3,-1\}$

Řešení rovnic **Kreslení grafů**

Př. 2: Vyřeš rovnici $|x-1|=-1$ pomocí všech tří předchozích metod. Metodu dělení definičního oboru použij jako poslední.

1. způsob – využití významu absolutní hodnoty z rozdílu dvou čísel

Zápis: $|x-1|=-1$ znamená $\Rightarrow$ hledáme body, které mají od 1 vzdálenost -1 $\Rightarrow K=\emptyset$



2. způsob - grafické řešení $K = \emptyset$

3. způsob – odstranění absolutní hodnoty dělením definičního oboru na intervaly

$x \in (-\infty;1\rangle$ $x-1 \le 0 \Rightarrow |x-1| = -(x-1) = -x+1$

Řešíme rovnici: $|x-1| = -1$ $-x+1=-1$ $2 = x$ $\Rightarrow$ $K_1 = \emptyset$

$x \in \langle 1;\infty)$ $x-1 \ge 0 \Rightarrow |x-1| = x-1$

Řešíme rovnici: $|x-1| = -1$ $x-1=-1$ $x=0$ $\Rightarrow$ $K_2 = \emptyset$

Př. 3: Vyřeš rovnici $|3x-7| = 2$.

$x \in \left(-\infty;\frac{7}{3}\right\rangle$ $3x-7 \le 0 \Rightarrow |3x-7| = -(3x-7) = -3x+7$

Řešíme rovnici: $|3x-7| = 2$ $-3x+7=2$ $-3x=-5$ $x=\frac{5}{3}$ $\Rightarrow$ $K_1 = \left\{\frac{5}{3}\right\}$

$x \in \left\langle\frac{7}{3};\infty\right)$ $3x-7 \ge 0 \Rightarrow |3x-7| = 3x-7$

Řešíme rovnici: $|3x-7| = 2$ $3x-7=2$ $3x=9$ $x=3$ $\Rightarrow$ $K_2 = \{3\}$

$K = K_1 \cup K_2 = \left\{\frac{5}{3};3\right\}$

Př. 4: Vyřeš rovnici $|x-\sqrt{3}+1| = 2-\sqrt{3}$.

$x \in (-\infty;\sqrt{3}-1\rangle$ $x-\sqrt{3}+1 \le 0 \Rightarrow |x-\sqrt{3}+1| = -(x-\sqrt{3}+1) = -x+\sqrt{3}-1$

Řešíme rovnici: $|x-\sqrt{3}+1| = 2-\sqrt{3}$ $-x+\sqrt{3}-1 = 2-\sqrt{3}$ $x = 2\sqrt{3}-3 \doteq 0,46$

$2\sqrt{3}-3$ patří mezi čísla, se kterými jsme počítali $\Rightarrow$ $K_1 = \{2\sqrt{3}-3\}$

$x \in \langle\sqrt{3}-1;\infty)$ $x-\sqrt{3}+1 \ge 0 \Rightarrow |x-\sqrt{3}+1| = x-\sqrt{3}+1$

Řešíme rovnici: $|x-\sqrt{3}+1| = 2-\sqrt{3}$ $x-\sqrt{3}+1 = 2-\sqrt{3}$ $x=1$

1 patří mezi čísla, se kterými jsme počítali $\Rightarrow$ $K_2 = \{1\}$

$K = K_1 \cup K_2 = \{2\sqrt{3}-3;1\}$