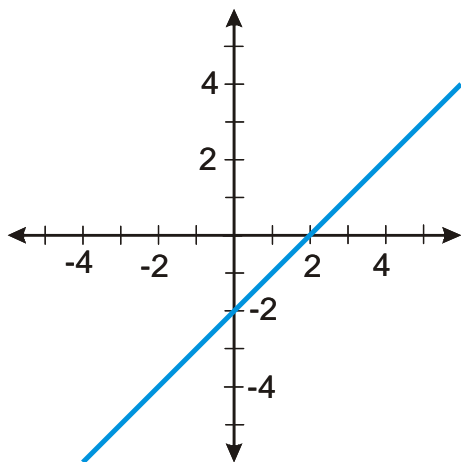
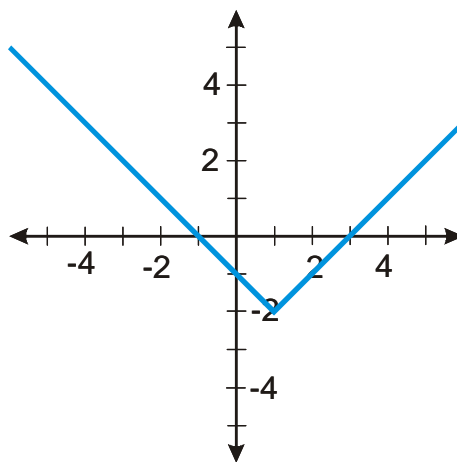


## 2.4.7 Omezenost funkcí, maximum a minimum

**Př. 1:** Nakresli vedle sebe grafy funkcí:  $y_1 = x - 2$ ,  $y_2 = |x - 1| - 2$ ,  $y_3 = \left|\frac{1}{x}\right|$ . Urči jejich obory hodnot.



**Funkce není omezená**



Jakých hodnot nabývá funkce?

**Funkce je zdola omezená**

Jak definice?

Urči číslo  $d$  z předchozí definice.

Co znamená rozdíl v typech oboru hodnot (zleva uzavřený x zleva otevřený interval).

Jak napsat definici, aby se lišila od definice omezené

funkce?

Definice?

Co je vzácnější existence minima nebo omezenost zdola?

**Pedagogická poznámka:** Studenti v tomto okamžiku neví, jak vypadá graf funkce  $y = \left|\frac{1}{x}\right|$ . Proto jim na tabuli nakreslím graf funkce  $y = \frac{1}{x}$  s tím, že zbytek musí

vyřešit sami (stejným způsobem jako dosud řešili grafy funkcí s absolutní hodnotou).

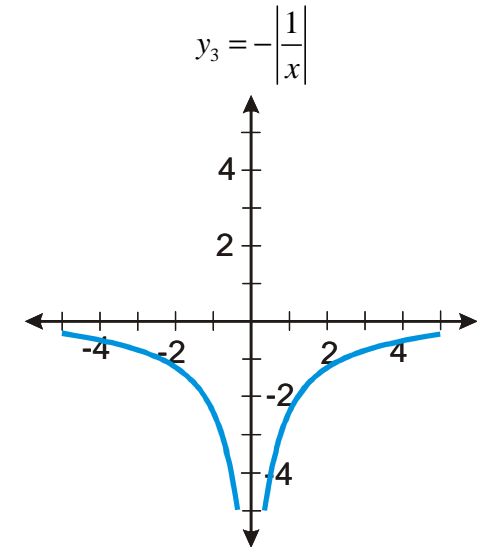
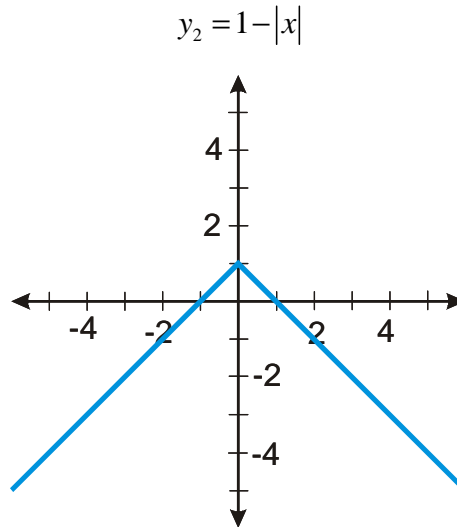
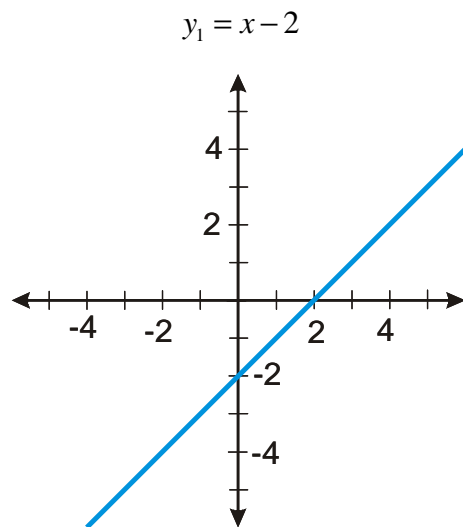
**Př. 2:** Nakresli grafy tří funkcí tak, aby:

a) jedna nebyla omezená

b) jedna byla shora omezená, ale neměla maximum

c) jedna měla maximum.

Vytvoř obdobnou tabulku jakou jsme měli u funkcí omezených zdola. Doplň do ní všechny definice.



Jak definice?

Funkce je shora omezená právě když existuje takové číslo  $D \in \mathbb{R}$ , že pro všechna  $x \in D(f)$  platí  $f(x) \leq D$ .

**Funkce, která je omezená zdola i shora se nazývá omezená.**

**Př. 3:** Najdi lineární funkci, která je omezená.

**Př. 4:** Nakresli grafy funkcí  $y_1 = |x+1| - \sqrt{3}$  a  $y_2 = -|\sqrt{2} - x| + \pi$  a urči obor hodnot, zda jsou omezené, zdola, shora omezené, zda mají maximum či minimum a kdy jsou rostoucí a kdy klesající.

**Př. 5:** Nakresli graf libovolné funkce, která splňuje najednou následující podmínky:

- $D(f) = \mathbb{R}$
- funkce je omezená, má maximum 5 v bodě  $x = 3$ , nemá minimum
- funkce je sudá
- funkce je rostoucí v intervalu  $\langle 0; 2 \rangle$