2.4.1 Funkce absolutní hodnota

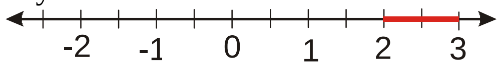
Absolutní hodnota: Pomocí číselné osy: Pomocí rovností: Pomocí mocniny:

Př. 1: Rozhodni zda z pravidla „ $x \in (-\infty;0) \Rightarrow |x| = -x$ “ vyplývá, že absolutní hodnota je pro některá čísla záporná.

Pravidla pro výpočty s absolutní hodnotou:

$|a| \geq 0$ $\qquad |a| = |-a|$ $\qquad |ab| = |a| \cdot |b|$ $\qquad b \neq 0 \Rightarrow \left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$

Jde určit pomocí absolutní hodnoty i vzdálenost obrazů čísel od sebe nejenom obrazu čísla od nuly? Zkusíme vzdálenost obrazů čísel 2 a 3.



$\Rightarrow$ Vzdálenost jejich obrazů na číselné ose je 1.

Zkusíme vzdálenost spočítat pomocí absolutní hodnoty: $1 = 3 - 2 = |3-2|$ a $1 = |-1| = |2-3|$

$\Rightarrow$ zřejmě stačí spočíst rozdíl čísel a udělat z něj absolutní hodnotu

Zřejmě $|x| = |x-0| = |0-x| = |-x| \Rightarrow$ opět absolutní hodnota z rozdílu dvou čísel.

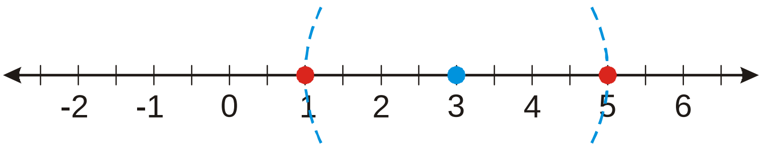
Hypotéza: $|a-b|$ se rovná vzdálenosti jejich obrazů na číselné ose.

Př. 2: Ověř, že hypotéza platí i pro čísla 3 a –2.

Absolutní hodnota z rozdílu dvou čísel $|a-b|$ se rovná vzdálenosti jejich obrazů na číselné ose.

Př. 3: Vyřeš rovnici $|x-3| = 2$.

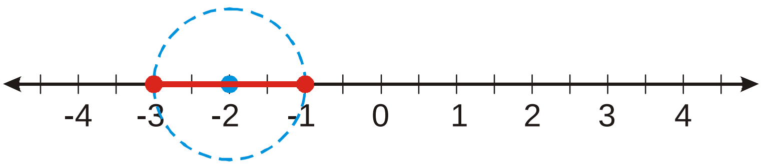
$|x-3| = 2 \Leftrightarrow$ hledáme čísla vzdálená od 3 o 2



$K = \{1;5\}$

Př. 4: Vyřeš nerovnici $|x+2| \leq 1$.

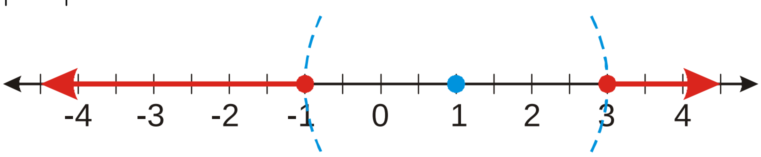
$|x-(-2)| \leq 1 \Leftrightarrow$ hledáme čísla vzdálená od -2 o 1 nebo méně



$K = \langle -3;-1 \rangle$

Př. 5: Vyřeš nerovnici $|1-x| > 2$.

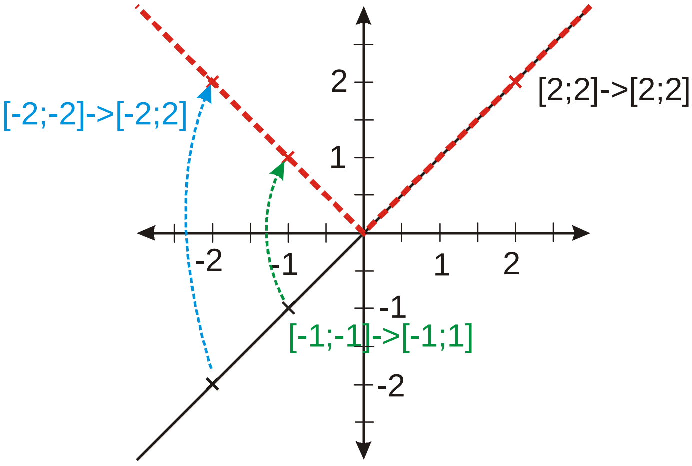
$|1-x| > 2 \Leftrightarrow$ hledáme čísla vzdálená od 1 více než o 2



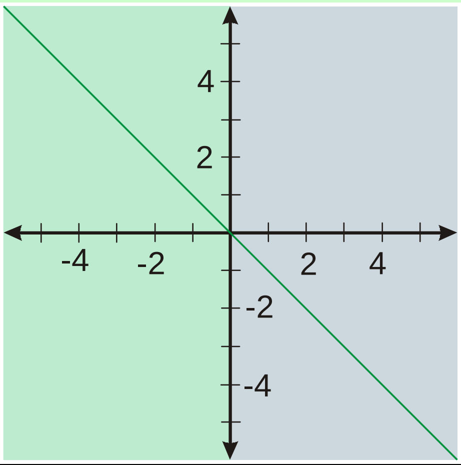
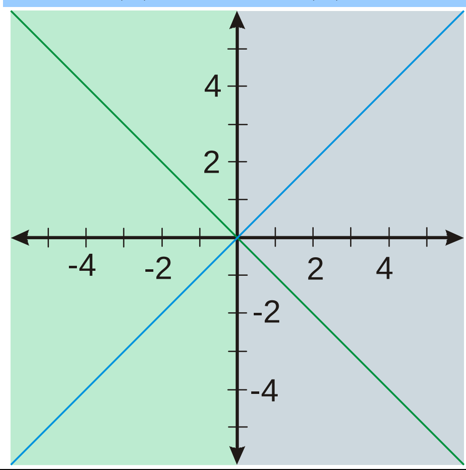
$K = (-\infty;-1) \cup (3;\infty)$

Pedagogická poznámka: Na objevování grafu funkce $y=|x|$ je potřeba minimálně 10 minut spíše čtvrt hodiny.

1. pomocí grafu funkce $y=x$.



2. pomocí odstraňování absolutní hodnoty

1) $x\in\left(-\infty;0\right\rangle$, část obrázku nalevo od osy *y* $x<0\Rightarrow|x|=-x \;\Rightarrow\; y=|x|=-x$	**2)** $x\in\left\langle 0;\infty\right)$, část obrázku napravo od osy *y* $x>0\Rightarrow|x|=x \;\Rightarrow\; y=|x|=x$
	

Př. 6: Rozhodni, jak by se vlastnosti absolutní hodnoty měly projevit na jejím grafu. Proveď kontrolu získaného grafu funkce $y=|x|$. Můžeme po těchto kontrolách považovat obrázek za jistě správný?

- v bodě $x=0$ musí platit $y=0$ (obraz nuly leží v počátku a má od něj tedy nulovou vzdálenost)
- všechny hodnoty funkce musí být nezáporné (platí $|a|\geq 0$)
- funkce musí mít pro navzájem opačná čísla stejné hodnoty (platí $|a|=|-a|$)
- funkce musí růst jako funkce $y=x$, protože takto roste vzdálenost bodů od počátku