2.1.3 Zobrazení

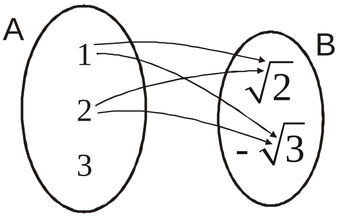
Př. 1: Jsou dány množiny $A=\{1,2,3\}$, $B=\{\sqrt{2},-\sqrt{3}\}$. Urči relace

a) $R_1=\{[x,y]\in A\times B, x\le 2\}$ b) $R_2=\{[x,y]\in A\times B, y\ge 0\}$

Relace zobraz i graficky. Příklad řeš do dvou sloupců.

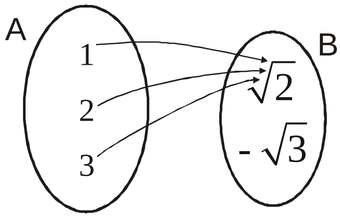
$R_1=\{[x,y]\in A\times B, x\le 2\}$

$R_1=\{[2,\sqrt{2}],[1,\sqrt{2}],[2,-\sqrt{3}],[1,-\sqrt{3}]\}$



$R_2=\{[x,y]\in A\times B, y\ge 0\}$

$R_2=\{,[1,\sqrt{2}],[2,\sqrt{2}],[3,\sqrt{2}]\}$



Speciální vlastnost:
z každého prvku A **vede maximálně jedna šipka.** Takové relaci se říká **zobrazení.**

Definice:
Jsou dány množiny *A*, *B*. Zobrazení *Z* z A do B je taková relace, ve které ke každému $x\in A$ existuje nejvýše jedno $y\in B$ takové, že uspořádána dvojice $[x,y]$ je prvkem této relace.

Jinak:
podle obrázku: od každého *x* vede maximálně jedna šipka (u *y* se ale více šipek scházet může), pak je jasné, kam se od každého *x* dostaneme

Proč je to důležité?
Když je relace zobrazením je jednoznačně dané, kam se z každého *x* dostaneme (co k němu patří) – **zobrazení je pak jednoznačný předpis, jak se odněkud někam dostat (máme jistotu, že každý, kdo dodrží pokyny, se dostane tam, kam jsme mysleli)**.
Zobrazení je speciální případ relace. Podobně existují speciální typy zobrazení.
Prosté zobrazení:
Zobrazení *Z* z *A* do *B* se nazývá prosté právě, když pro každé dvě uspořádané dvojice $[x_1,y_1]\in Z$ a $[x_2,y_2]\in Z$ platí: je-li $x_1\ne x_2$ pak i $y_1\ne y_2$.

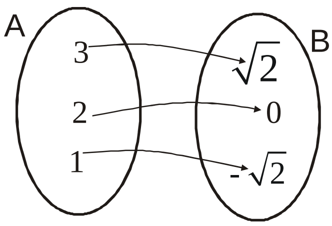
Př. 2: Jsou dána dvě zobrazení Z_1, Z_2 množin $A=\{1,2,3\}$, $B=\{-\sqrt{2},0,\sqrt{2}\}$:

$Z_1=\{[1,-\sqrt{2}],[2,0],[3,\sqrt{2}]\}$ a $Z_2=\{[1,\sqrt{2}],[2,\sqrt{2}],[3,\sqrt{2}]\}$.

Znázorni obě relace graficky a pomocí definice rozhodni, zda jsou prosté. Příklad řeš do dvou sloupců pod zadání.

$Z_1=\{[1,-\sqrt{2}],[2,0],[3,\sqrt{2}]\}$

$Z_2=\{[1,\sqrt{2}],[2,\sqrt{2}],[3,\sqrt{2}]\}$



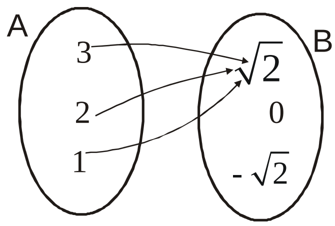
Zkoušíme definici:

1. Vybereme dvojice $\left[1,-\sqrt{2}\right]$ a $\left[2,0\right]$

$x_1 = 1 \neq 2 = x_2$ mělo by platit i $y_1 \neq y_2$

platí protože $y_1 = -\sqrt{2} \neq 0 = y_2$

Ke každému prvku v B vede maximálně jedna šipka.



Zkoušíme definici:

1. Vybereme dvojice $\left[1,\sqrt{2}\right]$ a $\left[2,\sqrt{2}\right]$

$x_1 = 1 \neq 2 = x_2$ mělo by platit i $y_1 \neq y_2$

neplatí protože $y_1 = \sqrt{2} = \sqrt{2} = y_2$

Existuje prvek v B, u kterého se schází více šipek

Vzájemně jednoznačné zobrazení

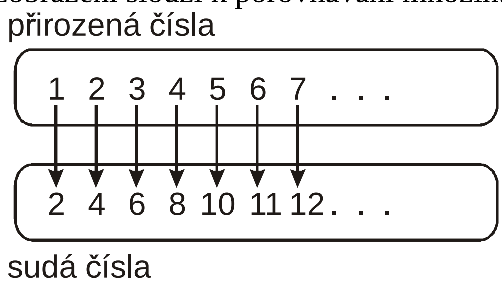
Zobrazení Z z A do B se nazývá vzájemně jednoznačné,právě když je prosté a pro každé $x_1 \in A$ existuje $\left[x_1, y_1\right] \in Z$ a pro každé $y_2 \in B$ existuje $\left[x_2, y_2\right] \in Z$.

Př. 3: Zformuluj pravidlo, které musí splňovat grafické znázornění vzájemně jednoznačného zobrazení.

Př. 4: Rozhodni, zda jsou zobrazení Z_1, Z_2 z příkladu 2 vzájemně jednoznačná.

Př. 5: Sestroj libovolné vzájemně jednoznačné zobrazení množin $C = \{1, 20, 100\}$, $D = \{\ 0, \pi\}$

$\Rightarrow$ Vzájemně jednoznačné zobrazení slouží k porovnávání množin.



Př. 6: Vymysli vzájemně jednoznačné zobrazení studentů ve třídě.

Nejčastějším případem je zobrazení, které každému studentovi přiřazuje jeho souseda v lavici. Do množiny studentů pak musíme zahrnout pouze ty studenty, kteří nesedí sami.
Lepší variantou je zobrazení, které každému studentovi přiřazuje studenta, který je v abecedě za ním a poslednímu studentovi přiřazuje prvního. Toto zobrazení samozřejmě můžeme uplatnit na všechny studenty ve třídě.