1.9.2 Vyjádření neznámé ze vzorce II

Předpoklady: 1901

Př. 1: Ze vzorce pro výšku svislého vrhu $h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$ vyjádři počáteční rychlost v_0 a gravitační zrychlení g.

$$h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \qquad / \cdot 2$$
$$2h = 2v_0 t - gt^2 \qquad / + gt^2$$
$$2h + gt^2 = 2v_0 t \qquad / : 2t$$
$$v_0 = \frac{2h + gt^2}{2t} = \frac{h}{t} + \frac{1}{2} gt$$

$$h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \qquad / \cdot 2$$
$$2h = 2v_0 t - gt^2 \qquad / + gt^2 - 2h$$
$$gt^2 = 2v_0 t - 2h \qquad / : t^2$$
$$g = \frac{2v_0 t - 2h}{t^2}$$

Dodatek: Pří úpravě samozřejmě můžeme zachovat zlomek a postupovat takto:

$$h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \qquad / + \frac{1}{2} gt^2$$
$$h + \frac{1}{2} gt^2 = v_0 t \qquad / : t$$
$$v_0 = \frac{h + \frac{1}{2} gt^2}{t} = \frac{2h + gt^2}{2t}$$

Pedagogická poznámka: Studenti mají často tendenci postupovat způsobem uvedeným v dodatku, ale nedokáží pak zjednodušit zlomek. Jiní mají problémy s prioritou operací. Objevují se i úpravy jako $h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \qquad / : \left(t - \frac{1}{2} gt^2 \right)$.

Př. 2: Ze vzorce pro objemovou roztažnost kapalin $V = V_0 (1 + \beta \cdot \Delta t)$ vyjádři změnu teploty Δt.

první možnost:

$$V = V_0 (1 + \beta \cdot \Delta t) \qquad \text{- roznásobíme závorku}$$
$$V = V_0 + V_0 \beta \cdot \Delta t \qquad / - V_0$$
$$V - V_0 = V_0 \beta \cdot \Delta t \qquad / : V_0 \beta$$
$$\frac{V - V_0}{V_0 \beta} = \Delta t$$

druhá možnost:

$$V = V_0 (1 + \beta \cdot \Delta t) \qquad / : V_0$$
$$\frac{V}{V_0} = 1 + \beta \cdot \Delta t \qquad / - 1$$
$$\frac{V}{V_0} - 1 = \beta \cdot \Delta t$$
$$\frac{V - V_0}{V_0} = \beta \cdot \Delta t \qquad / : \beta$$

$$\frac{V - V_0}{V_0 \beta} = \Delta t$$

Pedagogická poznámka: Studenti častěji používají druhou možností (také více odpovídá našemu povídání o prioritách). Bohužel pak často děli rovnici číslem β ještě před tím, než upraví levou stranu do jednoduchého zlomku a ve většině takových případů udělají chybu.

Př. 3: Ze vzorce pro povrch kvádru $S = 2ab + 2bc + 2ac$ vyjádři délku strany *b*.

$S = 2ab + 2bc + 2ac \quad / -2ac$

$S - 2ac = 2ab + 2bc$ Problém: *b* se v rovnosti vyskytuje dvakrát $\Rightarrow$ vytkneme

$S - 2ac = b(2a + 2c) \quad / : (2a + 2c)$

$b = \frac{S - 2ac}{2a + 2c}$

Pedagogická poznámka: Na vytýkání většina studentů nepřijde, proto je nenechávám příliš dlouho tápat.

Př. 4: Ze vzorce pro proud v sériovém obvodu $I = \frac{U}{R_1 + R_2}$ vyjádři odpor R_1.

$I = \frac{U}{R_1 + R_2} \quad / \cdot (R_1 + R_2)$

$I(R_1 + R_2) = U \quad / : I$

$R_1 + R_2 = \frac{U}{I} \quad / - R_2$

$R_1 = \frac{U}{I} - R_2$

Př. 5: Najdi chybu v následujícím postupu: $I = \frac{U}{R_1 + R_2} \qquad / : U$

$$\frac{I}{U} = \frac{1}{R_1 + R_2} \qquad / - R_2$$
$$\frac{I}{U} - R_2 = \frac{1}{R_1}$$
$$\frac{I - UR_2}{U} = \frac{1}{R_1}$$
$$\frac{U}{I - UR_2} = R_1$$

Chyba se stala při odčítání odporu R_2: $\frac{I}{U} = \frac{1}{R_1 + R_2} \qquad / - R_2$ Na pravé straně rovnice není součet dvou čísel, ale podíl jedničky a čísla $\left(R_1 + R_2\right)$, nemůžu tedy odčítat, ale pouze násobit nebo dělit.

Př. 6: Sbírka příklad 3.

Př. 7: Ze vzorce pro periodu oscilačního obvodu $T = 2\pi\sqrt{LC}$ vyjádři indukčnost cívky *L*.

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \qquad /^2$$
$$T^2 = 4\pi^2 LC \qquad / : 4\pi^2 C$$
$$L = \frac{T^2}{4\pi^2 C}$$

Pedagogická poznámka: Nejčastější chybou je špatné umocnění rovnice do tvaru $T^2 = 2\pi LC$ (studenti umocňují jen to, co „potřebují“).

Př. 8: Ze vzorce pro tělesovou úhlopříčku kvádru $u = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ vyjádři délku strany *c*.

$$u = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \qquad /^2$$
$$u^2 = a^2 + b^2 + c^2$$
$$c^2 = u^2 - a^2 - b^2 \qquad / \sqrt{\ }$$
$$c = \sqrt{u^2 - a^2 - b^2}$$

Pedagogická poznámka: Nejčastější chybou je špatné rozebírání odmocniny typu:

$$u = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \Rightarrow u = a + b + c$$
$$c = \sqrt{u^2 - a^2 - b^2} \Rightarrow c = u - a - b$$

Př. 9: Ze vzorce pro intenzitu gravitačního pole $K=\kappa\frac{M}{(R+h)^2}$ vyjádři výšku nad povrchem planety *h*.

$$K=\kappa\frac{M}{(R+h)^2} \qquad /\cdot(R+h)^2$$

$$K(R+h)^2=\kappa M \qquad /:K$$

$$(R+h)^2=\frac{\kappa M}{K} \qquad /\sqrt{}$$

$$R+h=\sqrt{\frac{\kappa M}{K}} \qquad /-R$$

$$h=\sqrt{\frac{\kappa M}{K}}-R$$

Pedagogická poznámka: Klasickou taktickou chybou je umocnění závorky $(R+h)^2$. Snažím se takovým studentům vysvětlit, že je daleko větším problém dojít ke vztahu, ve kterém se vyskytuje *h* dvakrát a ještě v různých mocninách, než ze vztahu, kde se nachází jenom jednou.

Pedagogická poznámka: Opět krásný příklad na priority operací, důležitou roli hraje i závorka. Problémem občas bývá snaha některých studentů vyřešit to rychle a najednou. V takových případech je nejdůležitější trvat na postupném řešení, pouze za pomoci jasných operací.

Př. 10: Sbírka příklad 4.

Shrnutí: Při úpravách musíme dávat pozor na to, abychom uplatnili úpravu na celé obě strany.