

1.8.6 Zjednodušování lomených výrazů II

Předpoklady: 1805

Pedagogická poznámka: Následující dva příklady nejsou z matematického hlediska moc zajímavé, ale jde velmi dobré cvičení na orientaci ve výrazu (hledání zlomků, které je možné zjednodušit) a na pečlivost zápisu (bez ní se příklady vyřešit opravdu nedají). Je možné tuto hodinu zcela vynechat, ale pro studenty je poměrně zajímavá, nejen tím, že zjistí, jaké dělají chyby, ale i tím, že pokud se jim podaří dopočítat jeden z bodů příkladu 2, připadají si jako opravdoví vítězové.

Pedagogická poznámka: Nechávám studenty, aby si zkusili první příklad počítat sami bez dalšího vysvětlování. Po cca deseti minutách, kdy je opravuji v lavicích, si ukážeme jeho řešení na tabuli (bez toho, aby si jej studenti opisovali). Pak řešení schováme, Ti, kteří příklad nedokázali počítat sami, si ho spočítají a poté se všichni vrhnou na příklad 2.

Př. 1: Uprav složený lomený výraz $\frac{1}{1 + \frac{a}{1 - \frac{1}{a}}}$.

musíme postupně upravovat zlomky, u kterých známe jmenovatel a číselník

$\frac{1}{1 + \frac{a}{1 - \frac{1}{a}}}$ - u složený zlomek je složený ze složeného zlomku, neznáme však jeho jmenovatel

\Rightarrow musíme upravit, abychom ho znali $\frac{1}{1 + \frac{a}{1 - \frac{1}{a}}} = \frac{1}{1 + \frac{a}{a-1}}$

červeně vyznačená část je složený zlomek, pro který platí: $\frac{a}{a-1} = \frac{\frac{a}{a-1}}{\frac{a-1}{a}} = \frac{a \cdot a}{a-1} = \frac{a^2}{a-1}$

\Rightarrow můžeme pokračovat v úpravách

$$\frac{1}{1 + \frac{a}{1 - \frac{1}{a}}} = \frac{1}{1 + \frac{a}{a-1}} = \frac{1}{1 + \frac{a^2}{a-1}} = \frac{1}{\frac{a-1+a^2}{a-1}} = \frac{a-1}{a^2+a-1}$$

podmínky: $a \neq 1$; $a \neq -1$; $a^2 + a - 1 \neq 0$

Pedagogická poznámka: Většina problémů vyplývá buď ze špatného opisování (už zadání bývá často opsáno špatně, někdy je třeba zdůraznit, že různá délka zlomkových čar má svůj význam) nebo špatným pochopením toho, co je vlastně složeným zlomkem, který je možné upravit.

Př. 2: Uprav složené lomené výrazy:

$$\begin{array}{l} \text{a) } \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{a + \frac{1}{a}}}}} \\ \text{b) } \frac{1 + \frac{1+a}{a + \frac{1}{a-1}}}{a-1} \end{array}$$

a) podobný, ale složitější výraz než minule \Rightarrow budeme postupovat stejně jako v předchozím příkladě, složené zlomky, které budeme zjednodušovat vždy vyznačíme červeně:

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{a + \frac{1}{a}}}}} &= \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{a + \frac{1}{a}}}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{a + \frac{1}{a}}}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{a + \frac{1}{a}}}}} = \\ &= \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{a + \frac{1}{a}}}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{a + \frac{1}{a}}}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{a + \frac{1}{a}}}}} = \\ &= \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{a + \frac{1}{a}}}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{a + \frac{1}{a}}}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{a + \frac{1}{a}}}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{a + \frac{1}{a}}}}} = \\ &= \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{a + \frac{1}{a}}}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{a + \frac{1}{a}}}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{a + \frac{1}{a}}}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{a + \frac{1}{a}}}}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{a + \frac{1}{a}}}}} = \end{aligned}$$

b) to samé v bledě modrém \Rightarrow stejný postup

$$\begin{aligned} \frac{1 + \frac{1+a}{a + \frac{1}{a-1}}}{a-1} &= \frac{1 + \frac{1+a}{a + \frac{1}{a-1}}}{a-1} = \frac{1 + \frac{1+a}{a + \frac{1}{a-1}}}{a-1} = \frac{1 + \frac{1+a}{a + \frac{1}{a-1}}}{a-1} = \frac{1 + \frac{1+a}{a + \frac{1}{a-1}}}{a-1} = \\ &= \frac{1 + \frac{1+a}{a + \frac{1}{a-1}}}{a-1} = \frac{1 + \frac{1+a}{a + \frac{1}{a-1}}}{a-1} = \frac{1 + \frac{1+a}{a + \frac{1}{a-1}}}{a-1} = \frac{1 + \frac{1+a}{a + \frac{1}{a-1}}}{a-1} = \frac{1 + \frac{1+a}{a + \frac{1}{a-1}}}{a-1} = \\ &= \frac{1 + \frac{1+a}{a + \frac{1}{a-1}}}{a-1} = \frac{1 + \frac{1+a}{a + \frac{1}{a-1}}}{a-1} = \frac{1 + \frac{1+a}{a + \frac{1}{a-1}}}{a-1} = \frac{1 + \frac{1+a}{a + \frac{1}{a-1}}}{a-1} = \frac{1 + \frac{1+a}{a + \frac{1}{a-1}}}{a-1} = \\ &= \frac{1 + \frac{1+a}{a + \frac{1}{a-1}}}{a-1} = \frac{1 + \frac{1+a}{a + \frac{1}{a-1}}}{a-1} = \frac{1 + \frac{1+a}{a + \frac{1}{a-1}}}{a-1} = \frac{1 + \frac{1+a}{a + \frac{1}{a-1}}}{a-1} = \frac{1 + \frac{1+a}{a + \frac{1}{a-1}}}{a-1} = \\ &= \frac{1 + \frac{1+a}{a + \frac{1}{a-1}}}{a-1} = \frac{1 + \frac{1+a}{a + \frac{1}{a-1}}}{a-1} = \frac{1 + \frac{1+a}{a + \frac{1}{a-1}}}{a-1} = \frac{1 + \frac{1+a}{a + \frac{1}{a-1}}}{a-1} = \frac{1 + \frac{1+a}{a + \frac{1}{a-1}}}{a-1} = \end{aligned}$$

Shrnutí: Složitější složené lomené výrazy vyžadují dobrou orientaci, poctivé opisování a trpělivost.