1.8.5 Zjednodušování lomených výrazů I

Př. 1: Doplň větu: „Pro libovolné výrazy $V_1;V_2;V_3;V_4$ a pro všechny hodnoty proměnných, pro něž je $V_2 \neq 0;V_3 \neq 0;V_4 \neq 0$ platí: …“.

Př. 2: Zjednoduš výrazy:

a) podmínky: $x \neq 0$; $y \neq 0$; $a \neq 0$; $b \neq 0$

$$\frac{\frac{4x^2y}{6a^2b^3}}{\frac{8xy^2}{12a^2b^4}} = \frac{4x^2y}{6a^2b^3}\cdot\frac{12a^2b^4}{8xy^2} = \frac{xb}{y}$$

b) podmínky: $a \neq b$; $a \neq -b$

$$\frac{\frac{(a+b)^2}{a^2-b^2}}{\frac{a+b}{a-b}} = \frac{(a+b)^2}{a^2-b^2}\cdot\frac{a-b}{a+b} = \frac{(a+b)^2}{(a+b)(a-b)}\cdot\frac{a-b}{a+b} = 1$$

c)

$$\frac{\frac{x^2-9}{x^2+4x+3}}{\frac{x^2-4x+3}{x^2-1}} = \frac{\frac{(x-3)(x+3)}{(x+3)(x+1)}}{\frac{(x-3)(x-1)}{(x+1)(x-1)}} = \frac{(x-3)(x+3)(x+1)(x-1)}{(x+3)(x+1)(x-3)(x-1)} = 1$$

podmínky: $x \neq \pm 3$; $x \neq \pm 1$

d)

$$\frac{\frac{4-x^2}{x^2-x-2}}{x^2+3x+2} = \frac{\frac{(2-x)(2+x)}{(x-2)(x+1)}}{(x+2)(x+1)} = \frac{(2-x)(2+x)(x+2)(x+1)}{(x-2)(x+1)} =$$

$$= \frac{-(x-2)(2+x)(x+2)}{(x-2)} = -(x+2)^2$$

podmínky: $x \neq \pm 3$; $x \neq \pm 1$

Př. 3: Zjednoduš výrazy:

a) podmínky: $x \neq 1$, $x \neq 0$

$$\frac{1-\frac{1}{x}}{\frac{x-1}{3}} = \frac{\frac{x-1}{x}}{\frac{x-1}{3}} = \frac{3(x-1)}{x(x-1)} = \frac{3}{x}$$

b) podmínky: $x \neq \pm 1$, $x \neq 0$

$$\frac{x-\frac{1}{x}}{x+\frac{3x+1}{x-1}} = \frac{\frac{x^2-1}{x}}{\frac{x^2-x+3x+1}{x-1}} = \frac{\frac{x^2-1}{x}}{\frac{x^2+2x+1}{x-1}} = \frac{\frac{(x-1)(x+1)}{x}}{\frac{(x+1)^2}{x-1}} = \frac{(x-1)(x+1)(x-1)}{(x+1)^2 x} = \frac{(x-1)^2}{x(x+1)}$$

c) podmínky: $x \neq 1$

$$\frac{x+1}{1-\frac{x}{x-1}} = \frac{x+1}{\frac{(x-1)-x}{x-1}} = \frac{x+1}{\frac{-1}{x-1}} = \frac{x+1}{1} \cdot \frac{x-1}{-1} = -\left(x^2-1\right) = 1-x^2$$

d) podmínky: $t \neq -1$

$$\frac{t-\frac{t-1}{t+1}}{1+\frac{t(t-1)}{t+1}} = \frac{\frac{t(t+1)-(t-1)}{t+1}}{\frac{(t+1)+t(t-1)}{t+1}} = \frac{\frac{t^2+t-t+1}{t+1}}{\frac{t+1+t^2-t}{t+1}} = \frac{\frac{t^2+1}{t+1}}{\frac{t^2+1}{t+1}} = \frac{t^2+1}{t+1} \cdot \frac{t+1}{t^2+1} = 1$$

Př. 4: Zjednoduš výrazy:

a) podmínky: $x \neq 0$

$$\frac{\frac{1-x}{1-x+x^2}+\frac{1+x}{1+x+x^2}}{\frac{1+x}{1+x+x^2}-\frac{1-x}{1-x+x^2}} = \frac{\frac{(1-x)\left(1+x+x^2\right)+(1+x)\left(1-x+x^2\right)}{\left(1-x+x^2\right)\left(1+x+x^2\right)}}{\frac{(1+x)\left(1-x+x^2\right)-(1-x)\left(1+x+x^2\right)}{\left(1+x+x^2\right)\left(1-x+x^2\right)}} =$$

$$= \frac{1+x+x^2-x-x^2-x^3+1-x+x^2+x-x^2+x^3}{1-x+x^2+x-x^2+x^3-\left(1+x+x^2-x-x^2-x^3\right)} = \frac{2}{2x^3} = \frac{1}{x^3}$$

b)

$$\left(\frac{\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}}+\frac{1-\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}\right):\left(\frac{x^{-1}}{1+x^{-1}}-\frac{1-x^{-1}}{x^{-1}}\right) = \left(\frac{\frac{1}{x}}{\frac{x+1}{x}}+\frac{\frac{x-1}{x}}{\frac{1}{x}}\right):\left(\frac{\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}}-\frac{1-\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}\right) =$$

$$= \left(\frac{1}{x+1}+x-1\right):\left(\frac{\frac{1}{x}}{\frac{x+1}{x}}-\frac{\frac{x-1}{x}}{\frac{1}{x}}\right) = \left(\frac{1+x^2-1}{x+1}\right):\left(\frac{1}{x+1}-[x-1]\right) =$$

$$\left(\frac{x^2}{x+1}\right):\left(\frac{1-x^2+1}{x+1}\right) = \left(\frac{x^2}{x+1}\right)\cdot\left(\frac{x+1}{2-x^2}\right) = \frac{x^2}{2-x^2}$$

podmínky: $x \neq 0$, $x \neq \pm 1$, $2-x^2 \neq 0$

Př. 5: Sbírka příklad 9.