

1.8.2 Sčítání a odčítání lomených výrazů I

Př. 1: Rozšiř lomené výrazy $\frac{1}{2x}$; $\frac{x}{x+2}$ a $\frac{3}{2x-4}$ tak, aby jejich jmenovatele byly shodné.

$$\frac{1}{2x} = \frac{1}{2x} \cdot \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{x^2-4}{2x(x-2)(x+2)}$$

$$\frac{x}{x+2} = \frac{x}{x+2} \cdot \frac{2x(x-2)}{2x(x-2)} = \frac{2x^2(x-2)}{2x(x+2)(x-2)}$$

$$\frac{3}{2x-4} = \frac{3}{2(x-2)} \cdot \frac{x(x+2)}{x(x+2)} = \frac{3x(x+2)}{2x(x-2)(x+2)}$$

Př. 2: Rozšiř lomený výraz $\frac{x-1}{2-x}$ tak, aby v jeho jmenovateli byl mnohočlen x^2-4

1) úsporně $\frac{x-1}{2-x} = \frac{(x-1)}{(2-x)} \cdot \frac{-1}{-1} = \frac{1-x}{x-2} \cdot \frac{x+2}{x+2} = \frac{2-x-x^2}{x^2-4}$

2) tupě $\frac{x-1}{2-x} = \frac{x-1}{2-x} \cdot \frac{x^2-4}{x^2-4} = \frac{(x-1)}{(x^2-4)} \cdot \frac{(x-2)(x+2)}{2-x} = \frac{(x-1)(x+2)}{-(x^2-4)} = \frac{2-x-x^2}{x^2-4}$

Př. 3: Rozšiř lomený výraz $\frac{1}{x+3}$ tak, aby v jeho jmenovateli byl mnohočlen x^2-4

$x^2-4 = (x-2)(x+2) \Rightarrow$ neobsahuje mnohočlen $x+3$, kterého se ale nejde zbavit krácením (jmenovatel je 1), příklad nejde vyřešit

Př. 4: Rozšiř lomené výrazy tak, aby v se v jejich jmenovateli vyskytoval výraz v závorce:

a) $\frac{x-1}{x+2} \quad \{x^2+2x\}$

b) $\frac{x-2}{1-x} \quad \{(x-1)\}$

c) $\frac{x-1}{x^2-1} \quad \{(x+1)^2\}$

d) $\frac{x^2-9}{x^2-3x-18} \quad \{x^2-36\}$

a) $x^2+2x = x(x+2)$

$$\frac{x-1}{x+2} = \frac{x-1}{x+2} \cdot \frac{x}{x} = \frac{x^2-x}{x^2+2x}$$

b) $\frac{x-2}{1-x}$ - ve jmenovateli potřebuji opačné znamínko

$$\frac{x-2}{1-x} \cdot \frac{(-1)}{(-1)} = \frac{2-x}{x-1}$$

c) $\frac{x-1}{x^2-1} = \frac{x-1}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x+1} \cdot \frac{x+1}{x+1} = \frac{x+1}{(x+1)^2}$

d) $x^2-36 = (x-6)(x+6)$

$$\frac{x^2-9}{x^2-3x-18} = \frac{(x-3)(x+3)}{(x-6)(x+3)} = \frac{x-3}{x-6} \cdot \frac{x+6}{x+6} = \frac{x^2+3x-18}{x^2-36}$$

Př. 5: Sběrka příklad 2.

Př. 6: Vypočti: $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{17}{12} \quad - \text{ musím převést na společného jmenovatele.}$$

Př. 7: Doplně větu: „Pro libovolné výrazy $V_1; V_2; V_3; V_4$ a pro všechny hodnoty proměnných, pro něž je $V_2 \neq 0; V_4 \neq 0$ platí: $\frac{V_1}{V_2} + \frac{V_3}{V_4} = \dots$ “.

Př. 8: Sečti lomené výrazy:

a)

Podmínky: $x \neq 0$

Nejjednodušší společný jmenovatel: $3 \cdot x$

$$\frac{2}{x} + \frac{x}{3} + 4 = \frac{2}{x} \cdot \frac{3}{3} + \frac{x}{3} \cdot \frac{x}{x} + 4 \cdot \frac{3x}{3x} = \frac{6}{3x} + \frac{x^2}{3x} + \frac{12x}{3x} = \frac{x^2 + 12x + 6}{3x}$$

b)

Podmínky: $x \neq 0, y \neq 0$

Nejjednodušší společný jmenovatel: $3x(y+1)$

$$\begin{aligned} \frac{3}{x} + \frac{y}{3x} + \frac{4}{y+1} &= \frac{3}{x} \cdot \frac{3(y+1)}{3(y+1)} + \frac{y}{3x} \cdot \frac{y+1}{y+1} + \frac{4}{y+1} \cdot \frac{3x}{3x} = \frac{9y+9+y^2+y+12x}{3x(y+1)} = \\ &= \frac{y^2 + 10y + 12x + 9}{3x(y+1)} \end{aligned}$$

c)

Podmínky: $x \neq 0, x+1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$

Nejjednodušší společný jmenovatel: $x \cdot (x+1)$

$$\frac{x+1}{x} + \frac{x}{x+1} = \frac{x+1}{x} \cdot \frac{x+1}{x+1} + \frac{x}{x+1} \cdot \frac{x}{x} = \frac{x^2 + 2x + 1}{x(x+1)} + \frac{x^2}{x(x+1)} = \frac{2x^2 + 2x + 1}{x(x+1)}$$

d)

Podmínky: $x \neq 1, x \neq -1$

Nejjednodušší společný jmenovatel: $(x+1)(x-1)$

$$\begin{aligned} \frac{1}{x-1} + \frac{x}{x+1} + \frac{3-x^2}{(x+1)(x-1)} &= \frac{1}{x-1} \cdot \frac{x+1}{x+1} + \frac{x}{x+1} \cdot \frac{x-1}{x-1} + \frac{3-x^2}{(x+1)(x-1)} = \\ &= \frac{x+1+x^2-x+3-x^2}{(x+1)(x-1)} = \frac{4}{(x+1)(x-1)} \end{aligned}$$