

1.7.11 Rozklad mnohočlenů na součin IV

Předpoklady: 1708, 1709, 1710

Složitější příklady

Teď budeme řešit složitější příklady. V každému příkladě budeme muset použít něco z minulých hodin (vytýkání nebo vzorec), v některých případech i několikrát, ale před tím bude třeba mnohočlen upravit.

Několik rad:

- pokud je možné udělat alespoň částečný rozklad (vytknutím nebo použitím vzorce) uděláme ho, zbytek pak bude snáz vidět
- pokud je v mnohočlenu kus vzorce, zkusíme ho dodělat
- na vytýkání je třeba mít dvakrát to samé, musíme tedy mnohočlen upravit tak, aby se v něm něco opakovalo
- pro částečné vytýkání je dobré dát k sobě členy, které mají něco společného

Př. 1: Rozlož na součin mnohočleny:

a) $x^5 + x^3 - x^2 - 1$

b) $a^2 + 2ab + b^2 - 2ac - 2bc$

c) $3p^4 - p^3 + p - 3$

d) $8(2x + y)^2 - 18(x - 2y)^2$

a) $x^5 + x^3 - x^2 - 1$

zkusíme z první části s vysokými mocninami udělat to samé, co je v druhé části

$$x^5 + x^3 - x^2 - 1 = x^3 \cdot (x^2 + 1) - (x^2 + 1) = (x^2 + 1) \cdot (x^3 - 1) = (x^2 + 1) \cdot (x - 1) \cdot (x^2 + x + 1)$$

b) $a^2 + 2ab + b^2 - 2ac - 2bc$

v první části je vzorec, ze zbytku je možné něco vytknout

$$a^2 + 2ab + b^2 - 2ac - 2bc = (a + b)^2 - 2c \cdot (a + b) = (a + b) \cdot [(a + b) - 2c] = (a + b) \cdot (a + b - 2c)$$

c) $3p^4 - p^3 + p - 3$

potřebujeme vyrobit dvakrát to samé \Rightarrow zkusíme dát trojky k sobě

$$3p^4 - p^3 + p - 3 = 3p^4 - 3 - p^3 + p = 3 \cdot (p^4 - 1) - p \cdot (p^2 - 1) = \dots$$

zatím nemáme, co vytknout, ale mnohočlen $(p^4 - 1)$ je možné rozložit

$$\begin{aligned} 3 \cdot (p^4 - 1) - p \cdot (p^2 - 1) &= 3 \cdot (p^2 - 1) \cdot (p^2 + 1) - p \cdot (p^2 - 1) = (p^2 - 1) \cdot [3 \cdot (p^2 + 1) - p] = \\ &= (p - 1) \cdot (p + 1) \cdot (3p^2 - p + 3) \end{aligned}$$

d) $8(2x + y)^2 - 18(x - 2y)^2$

vypadá jako vzorec $a^2 - b^2$, zkusíme ho vyrobit

$$\begin{aligned}
 8(2x+y)^2 - 18(x-2y)^2 &= 2 \left[4(2x+y)^2 - 9(x-2y)^2 \right] = 2 \left[\left[2(2x+y) \right]^2 - \left[3(x-2y) \right]^2 \right] = \\
 &\quad (a - b) (a + b) \\
 2 \left[2(2x+y) - 3(x-2y) \right] \left[2(2x+y) + 3(x-2y) \right] &= 2(4x+2y-3x+6y)(4x+2y+3x-6y) = \\
 &= 2(x+8y)(7x-4y)
 \end{aligned}$$

Pedagogická poznámka: Tady by bylo dobré přidat ještě několik příkladů, které vyžadují použití více metod a dobrou orientaci. V současné době studenti pouze počítají další příklady ze sbírky.

Př. 2: Sbíрка příklad 7.

Shrnutí: