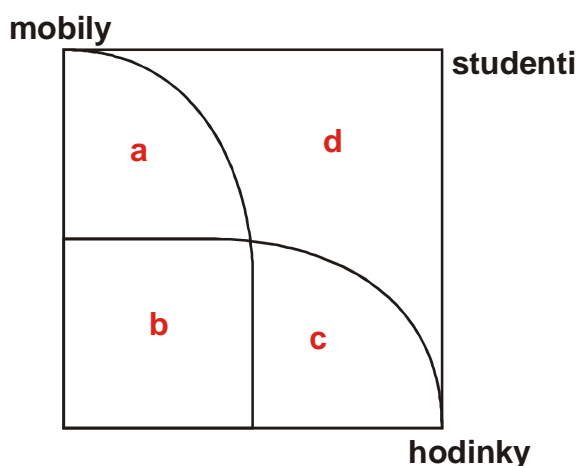


1.3.5 Řešení slovních úloh pomocí Vennových diagramů II

Předpoklady: 1304

Pedagogická poznámka: Ideální je pokud tato hodina vyjde na cvičení. Postup studentů je totiž velmi individuální a dělají velké množství chyb, oběhat celou třídu je daleko obtížnější než, když máte studentů polovinu.
Kromě prvního příkladu by měli studenti postupovat zcela samostatně s tím, že jim dáte ke kontrole výsledky a budete jim kontrolovat sestavené rovnice. Pokud najdu chybu nehlásím, ve které rovnici a proč ji student má, snažím se, aby ji našel samostatně.

- Př. 1:** Studenti se chlubili, a zjišťovali kdo má mobilní telefony s GPS a kdo hodinky s vodotryskem. Výsledky zanesli do Vennova diagramu. Zapiš pomocí rovnic a písmenek z Vennova diagramu následující věty:
- Studentů, kteří mají pouze mobilní telefon je o 15 více než studentů, kteří mají pouze hodinky s vodotryskem.
 - Studentů, kteří mají mobilní telefon i hodinky s vodotryskem je o 12 méně než studentů s mobilním telefonem.
 - Pouze čtvrtina studentů, kteří mají mobilní telefon má i hodinky s vodotryskem.
 - Studentů, kteří mají alespoň jedno zařízení, je šestkrát více než studentů, kteří nemají nic.



- a) Studentů, kteří mají pouze mobilní telefon je o 15 více než studentů, kteří mají pouze hodinky s vodotryskem.

rovnici sestavím postupně:

Studentů, kteří mají pouze mobilní telefon a

Studentů, kteří mají pouze hodinky s vodotryskem c

studentů s mobile je více \Rightarrow musím přičítat k počtu studentů s hodinkami

$$a = c + 15$$

- b) Studentů, kteří mají mobilní telefon i hodinky s vodotryskem je o 12 méně než studentů s mobilním telefonem.

$$b + 12 = a + b$$

c) Pouze čtvrtina studentů, kteří mají mobilní telefon má i hodinky s vodotryskem.

$$\frac{a+b}{4} = b$$

d) Studentů, kteří mají alespoň jedno zařízení. je šestkrát více než studentů, kteří nemají nic.

$$a+b+c = 6d$$

Poznámka: Pokud sestavujeme rovnici, která porovnává počty, a nejsme si jisti, je nejlepší postupovat takto:

1. napíšeme vedle sebe oba výrazy
2. rozmyslím, který z nich je větší
3. podle výsledku předchozí rozvahy doplníme do zápisu výpočet a znaménko rovnosti.

Pedagogická poznámka: Kromě náhodných chyb se objeví tyto problémy:

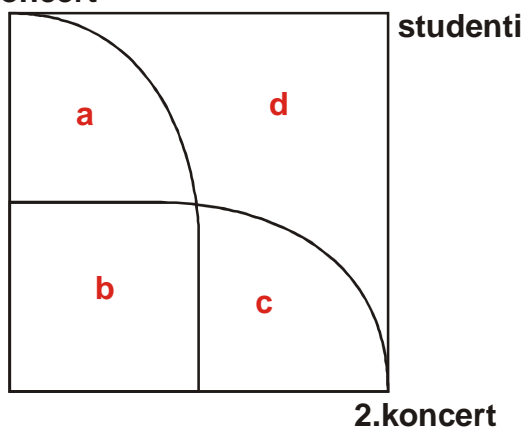
a) student není schopen vůbec samostatně zahájit řešení příkladu. Pokud se účastnil předchozí hodiny je to velmi vážný ukazatel toho, že i když je výuce přítomen tak ji moc nevnímá a hlavně si není schopen s ní z cokoliv pamatovat. I když je to pro mě osobně velmi těžko představitelné, existuje značné množství studentů, kteří jeden příklady řeší a druhý den nejsou schopni ani rámcově zopakovat metodu. Pokud někoho takového objevíte, musíte se snažit ho přesvědčit, aby paměť zapojoval vždy, když něco dělá. Bez zásadní změny v této oblasti nemají takoví studenti příliš šancí v matematice uspět.

b) část studentů dokáže sestavit rovnice ve Vaší přítomnosti, ale jakmile pracují sami jsou zoufale neúspěšní. Docela dlouho mě trvalo než jsem si všiml, že většinou vůbec nekoukají na obrázek podle kterého by měli rovnice sestavovat. Jakmile začali obrázek více používat, hned byli daleko úspěšnější.

c) další část neúspěšných sestaví správně rovnice, ale nedokáže je vyřešit. Jde z 99% o důsledek nepřehledného zápisu. Snažím se je donutit, aby tolik nešetřili místem, vypisovali, co už znají a postupovali systematicky.

Př. 2: Během jednoho roku vystoupila dvakrát v jednom městě známá rocková skupina . Z 450 studentů gymnázia se koncertu této skupiny aspoň jednou zúčastnilo 290 studentů, právě jednou 200 studentů. Počet studentů, kteří byli pouze na prvním koncertu, je třikrát větší než počet studentů, kteří byli pouze na druhém. Kolik studentů bylo: a) na 1. koncertu b) na druhém koncertu

1.koncert



Z 450 studentů gymnázia

$$\Rightarrow a+b+c+d = 450$$

Koncertu se aspoň jednou zúčastnilo 290 studentů $\Rightarrow a + b + c = 290$
 Zúčastnilo se právě jednou 200 studentů $\Rightarrow a + c = 200$
 Počet studentů, kteří byli pouze na prvním koncertu, je třikrát větší než počet studentů, kteří byli pouze na druhém $\Rightarrow a = 3c$

Získali jsme soustavu rovnic:

$$a + b + c + d = 450$$

$$a + b + c = 290$$

$$a + c = 200$$

$$a = 3c$$

Dosadíme za $a + b + c$ do první rovnice: $290 + d = 450 \Rightarrow d = 160$

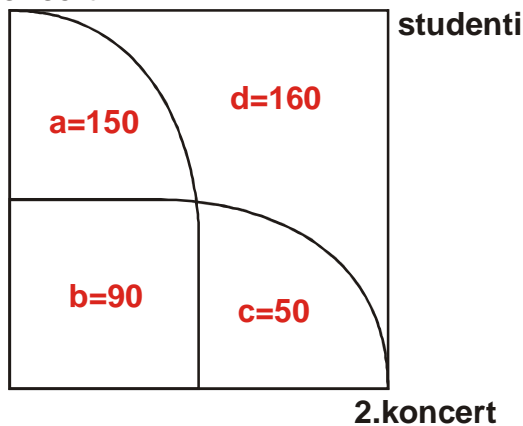
Dosadíme za $a + c$ do druhé rovnice: $200 + b = 290 \Rightarrow b = 90$

Dosadíme $a = 3c$ do třetí rovnice: $3c + c = 200 \Rightarrow c = 50$

Dopočítáme $a = 3c = 150$

Zapíšeme počty do obrázku:

1.koncert



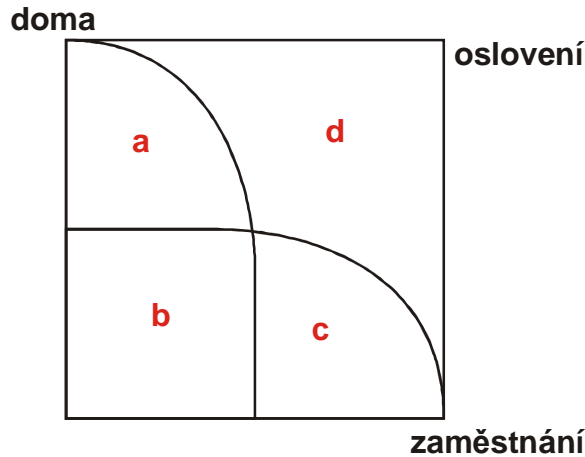
2.koncert

Nyní odpovíme na otázky:

Na prvním koncertu bylo 240 studentů (množiny a a b).

Na druhém koncertu bylo 140 studentů (množiny b a c).

- Př. 3:** Z 825 oslovených osob 380 uvedlo, že používá počítač doma nebo v zaměstnání. Počet osob, které používají počítač doma, je dvakrát větší než počet těch, kteří používají počítač doma i v zaměstnání, a je o 40 menší než počet těch, kteří používají počítač pouze v zaměstnání. Kolik oslovených osob používá počítač:
 a) pouze v zaměstnání b) doma



- Z 825 oslovených osob $\Rightarrow a + b + c + d = 825$
 380 používá počítač doma nebo v zaměstnání $\Rightarrow a + b + c = 380$
 Počet osob, které používají počítač doma, je dvakrát větší než počet těch, kteří používají počítač doma i v zaměstnání $\Rightarrow a + b = 2b$
 Počet osob, které používají počítač doma, je o 40 menší než počet těch, kteří používají počítač pouze v zaměstnání. $\Rightarrow a + b + 40 = c$

Získali jsme soustavu rovnic:

$$\begin{aligned} a + b + c + d &= 825 \\ a + b + c &= 380 \\ a + b &= 2b \\ a + b + 40 &= c \end{aligned}$$

Dosadíme za $a + b + c$ do první rovnice: $380 + d = 825 \Rightarrow d = 445$

Upravíme třetí rovnici: $a + b = 2b \Rightarrow a = b$ a dosadíme do druhé a čtvrté:

$$\begin{aligned} a + a + c &= 380 \Rightarrow 2a + c = 380 \\ a + a + 40 &= c \Rightarrow 2a + 40 = c \end{aligned}$$

Dosadíme za c do upravené druhé rovnice: $2a + 2a + 40 = 380$

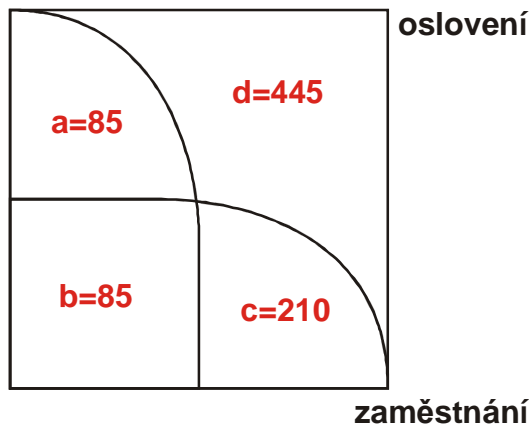
$$4a = 340$$

$$a = 85 \quad \Rightarrow \quad b = 85$$

Dopočítám c : $c = 2a + 40 = 2 \cdot 85 + 40 = 210$

Zapíšeme počty do obrázku:

doma



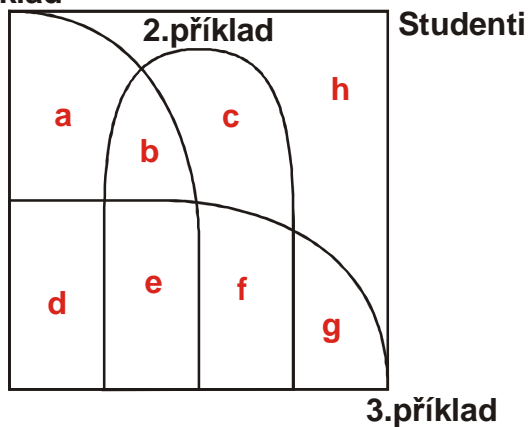
Nyní odpovíme na otázky:

Pouze v zaměstnání používá počítač 210 lidí (množina c).

Doma používá počítač 170 lidí (množiny a a b).

- Př. 4:** Písemná práce z matematiky, které se zúčastnilo 35 studentů, obsahovala tři úlohy. Dva studenti vyřešili jenom první úlohu a tři studenti jenom druhou úlohu. První a druhou úlohu vyřešilo 16 studentů, druhou a třetí 14 studentů. Všechny úlohy vyřešilo 10 studentů, první nebo třetí 31 studentů a 3 studenti nevyřešili ani první ani druhou úlohu. Kolik studentů vyřešilo:
- aspoň dvě úlohy
 - aspoň jednu úlohu

1.příklad



- | | | |
|--|---------------|--------------------------------------|
| zúčastnilo 35 studentů | \Rightarrow | $a + b + c + d + e + f + g + h = 35$ |
| Dva studenti vyřešili jenom první úlohu | \Rightarrow | $a = 2$ |
| Tři studenti vyřešili jenom druhou úlohu | \Rightarrow | $c = 3$ |
| První a druhou úlohu vyřešilo 16 studentů | \Rightarrow | $b + e = 16$ |
| Druhou a třetí úlohu vyřešilo 14 studentů | \Rightarrow | $e + f = 14$ |
| Všechny úlohy vyřešilo 10 studentů | \Rightarrow | $e = 10$ |
| první nebo třetí vyřešilo 31 studentů | \Rightarrow | $a + b + d + e + f + g = 31$ |
| 3 studenti nevyřešili ani první ani druhou | \Rightarrow | $g + h = 3$ |

Za tři určené neznámé, dosadíme do ostatních rovnic:

$$2 + b + 3 + d + 10 + f + g + h = 35 \Rightarrow b + d + f + g + h = 20$$

$$b + 10 = 16 \Rightarrow b = 6$$

$$10 + f = 14 \Rightarrow f = 4$$

$$2 + b + d + 10 + f + g = 31 \Rightarrow b + d + f + g = 19$$

$$g + h = 3$$

Zbývají tři rovnice, do kterých dosadíme za nově určené neznámé b a f :

$$6 + d + 4 + g + h = 20 \Rightarrow d + g + h = 10$$

$$d + g = 9$$

$$g + h = 3$$

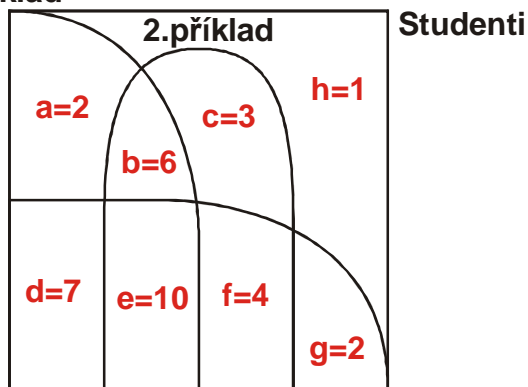
Z druhé rovnice dosadím do třetí: $9 + h = 10 \Rightarrow h = 1$

Dosadím do třetí rovnice: $g + 1 = 3 \Rightarrow g = 2$

Dosadím do druhé rovnice: $d + 2 = 9 \Rightarrow d = 7$

Doplníme diagram:

1.příklad



3.příklad

Alespoň dvě úlohy vyřešilo 27 studentů (množina $b + d + e + f$).

Alespoň jednu úlohu vyřešilo 34 studentů (množina $a + b + c + d + e + f + g$).

Př. 5: další příklady ze sbírky

Shrnutí: