

0.6 - Jak se učit

Předpoklady:

Nechci tady stanovovat nějaký závazný a jistý postup „jak se něco naučit“. Nic takového asi neexistuje, stejně jako se liší lidé, liší se i jejich postupy. Přesto mají tyto postupy společné podstatné rysy.

Zcela jistě:

Neexistuje žádný způsob, jak se naučit matematiku (i cokoliv jiného) zadarmo (neexistuje žádná královská cesta k matematice, řekl Eukleides vládci Egypta, který po něm chtěl, aby ho naučil matematiku bez té, králi nedůstojné, námahy). Jakékoliv vědomosti jsou výsledkem vědomé snahy, nadání může mnohé ulehčit (v tom je to nespravedlivé), ale bez práce a námahy není možné dosáhnout ničeho (v tom je to spravedlivé). Ani práce však nezaručuje výsledky, pokud není vynakládána rozumně.

To podstatné se děje ve Vaší hlavě, kterou učení musí měnit. Všechny činnosti, které zůstávají na papíře, v počítači nebo kdekoliv jinde a neústí v „přehřívání závitů“ s velkou pravděpodobností nebudou mít velký dopad.

Co by mělo učení obsahovat:

a) pochopení

Význam slova pochopit je zřejmý jen zdánlivě. „Pochopit něco“ znamená víc než jenom smířit se s tím, vzít to na vědomí nebo nemít pocit, že je to špatně, jak si často myslí studenti. Pochopit znamená zjistit, že je to logické, že to ani nemůže být jinak. Předpokládá to, být schopen věc jinak zformulovat, použít ji na příkladě.

Už vůbec neznamená pochopit „být schopen zopakovat“. V tomto směru by měl být na sebe člověk přísný a nesnažit se sám sebe chlácholit, že už to skoro chápe. Někdy (u hodně těžkých věcí) je možné nechat pochopení dozrát, popojít dál a zkusit to na druhý pokus (může to být lepší). Často pomáhá použití na příkladě nebo pomoc od kamaráda.

V matice je často za pochopení zaměňováno vymyšlení pravidel typu: „číslo odsud se napíše tam a je to“ (dále je v textu označuji jako **pseudoprávidla**). Neexistuje žádná matematická věta ani vzorec takového typu. Vždy existuje důvod, proč se čísla někam píšou a pokud je vzorec zdůvodněn, je většinou toto zdůvodnění důležitější než jeho vlastní obsah. Ze zdůvodnění totiž většinou (na střední škole skoro vždy) snadno vyplývá, jak má výsledek vypadat a tudíž umožňuje jeho snadnější zapamatování. Pseudoprávidla se snadnou pletou, neumožňují v podstatě žádnou kontrolu, ale hlavně nemají nic společného s matematikou.

Ne všechno je však jednoduché a ne vždy se podaří všechno pochopit. Pokud máte k dispozici někoho kdo tomu rozumí, nechoďte za ním pro radu takto:

„Já tomu vůbec nerozumím!“

„A čemu?“

„Úplně všemu.“

Studenty, kteří za mnou chodí tímto způsobem rovnou vyhazuju, diskuse s nimi je plýtvání časem. Předchozí rozhovor znamená jediné. Tázající se na problém buď vůbec nepodíval nebo se nad ním vůbec nezamyslel. Obojí vyjde nastejno.

Vždycky byste se měli snažit buď:

- najít místo, kde jste se ztratili a přestalo to být jasné,

- nebo zformulovat, jak by to mělo být jinak (správně podle Vás – strašně účinné).

Pokud se takto tážete někoho, kdo problému opravdu rozumí, nebude pro něj většinou těžké zjistit, kde je zádrhel, a rychle ho s Vámi vyřešit. Jestliže někdo nechápe „úplně všechno“, musíte mu vysvětlit opět úplně všechno, což zabere hodně času a navíc to stejně skončí u toho, že budete společně hledat jednu ze dvou dříve zmíněných věcí.

b) pamatování

Stejně jako u předchozího bodu je dobré si trochu vyjasnit, co to znamená. U všech věd je nutné si pro jakoukoliv rozumnou práci pamatovat základní údaje. Čím víc a hlouběji se daném oboru pohybujeme, tím víc takových údajů potřebujeme (ve skutečnosti to není problém, protože při tom pohybu si věci, které se často opakují a my je používáme, neustále zapamatováváme a navíc jsme schopni čím dál více informací odvodit, čímž informací nutných k zapamatování ubývá). Vzdělávání je v podstatě kumulativní záležitost (neustále bysme měli k tomu, co už víme, přidávat něco dalšího).

Řeči o tom, že v budoucnu si studenti všechno najdou na počítači nebo internetu, jsou naprosto mylné. Aby člověk mohl něco vyhledávat, musí vědět, co hledá, a to nemůže vědět bez toho, aby si alespoň něco pamatoval. Existuje hezká paralela s počítači. Data, která může počítač okamžitě použít jsou uložena v operační paměti (to jsou data, která si člověk pamatuje), data, která počítač může použít, ale nejdřív je musí přečíst, jsou na harddiscích, CD nebo DVD (data, která člověk hledá v knihách nebo na internetu). Určitě nikdo nebude tvrdit, že počítač může existovat bez operační paměti. Naopak čím větší je jeho operační paměť, tím lépe se s ním pracuje. Navíc pouze informace, které máme v paměti (alespoň v hrubých obrysech) můžeme využít k řešení problémů (s informacemi, o kterých ani nevíme, nepracujeme).

S krátkodobou pamětí nemívají žáci žádný problém (v tom jsou trénováni po celou školní docházku). Horší je to s pamětí dlouhodobou. Pár rad, jak si zapamatovat informace dlouhodobě:

- opakovat (opakování je matkou moudrosti)
- vnímat je, chápat je, vnitřně je považovat za důležité a zapamatováníhodné (většina studentů používá školní informace pouze k ukájení učitelů, což jejich mozek vůbec nemotivuje, aby si je zapamatoval)
- zkoušet si ji odvodit z jiných informací
- spojovat je s ostatními informacemi (viz. budování systému níže)
- omezovat jejich počet (čeho je moc, toho je příliš a do hlavy se to nevejde)
- sledovat jejich opakující se výskyt v dalším studiu (co se opakuje, je potřeba si pamatovat)

Nutnost vytřídění základních informací, nutných ke studiu matematiky, vedlo k zavedení **červených a modrých rámečků** (poznatků označených v textu červeně nebo modře).

Červené rámečky se vyskytují se hlavně v prvních dvou letech studia a bez jejich znalosti není možné matematiku smysluplně studovat (podle mě). Já sám při výuce vyžaduju jejich nepřetržitou znalost od chvíle probrání až do maturity.

Modré rámečky se vyskytují ve všech oddílech a označují informace bez jejich znalosti není možné smysluplně studovat (podle mě) dotyčný oddíl. Pak je možné je zapomenout. Já sám při výuce vyžaduju jejich nepřetržitou znalost od chvíle probrání až do doprobrání daného oddílu. Více v kapitole o hodnocení.

Na začátku každé kapitoly jsou uvedeny předpoklady – látku, kterou je nutné alespoň trochu umět, aby vůbec mělo smysl se o danou lekci pokusit (znalost předchozí hodiny a odpovídajících rámečků se předpokládá automaticky).

Při snaze o zapamatování pomáhá přepisování (z paměti ne přímo ze sešitu) na papíry a pak případná kontrola se spolehlivým zdrojem.

Dobré je také sestavování vlastních přehledů (proto má vlastní příprava taháků svůj nepopiratelný vzdělávací význam). Každý student v mých třídách dostává v prváku podepsanou čtvrtku (formát A4), na kterou si může vlastní rukou cokoli dopsat (samozřejmě kromě červených a aktuálních modrých rámečků). Čtvrtku pak může používat při písémkách jako povolený tahák.

c) třídění

Že učení vyžaduje chápání a pamatování asi nikdo nepochybuje, ale že by měl člověk při učení něco třídít, přijde mnohým dost divné.

Existuje typ studentů, kterým nepomáhá, když nějakou látku probíráme dlouho, důsledně a podrobně. Typickým příkladem jsou logaritmické a goniometrické rovnice. Čím více různých typů příkladů jsme vyzkoušíme, tím horší jsou výsledky v písémkách. Ani opakované písémky nepomáhají, studenti se prostě ztrácejí v množství rovnic, které jsem na ně vychrlil.

V okamžiku, kdy se ke mně dostane jakákoliv informace, by měl proběhnout přibližně následující proces. Nejdříve se informace srovnává s tím, co už známe (to nejde provést, pokud není splněna předchozí podmínka - pamatování), pokud je informace známá, ihned ji ignorujeme. Pokud je nová, zkusíme ji zapojit do toho, co už víme. Pokud informace zapadá, opět ji zapomínáme (proč si pamatovat něco, na můžeme sami snadno přijít). Pokud je informace překvapivá, snažíme se jí zapamatovat a uvést ji do souladu s tím, co už jsme věděli. V podstatě se snažíme zapamatovat pouze to, co je nové a překvapující (na co bych nepřišli sami).

Druhou činností, která neustále probíhá, je oceňování informací. Každou jednotlivost si snažíme obodovat z hlediska důležitosti:

- 1) kolik věcí se z ní dá odvodit,
- 2) jak často se na ni odkazuje.

Čím větší skóre, tím větší snaha si ji zapamatovat. Celý proces by měl probíhat naprosto podvědomě a zcela automaticky.

d) budování systému

Tento bod by možná měl splynout s předchozíma dvěma. Každou novou informaci je nutné ihned srovnávat s kontextem informací už probraných a je potřeba ji do tohoto kontextu zařadit. Například:

- Jak souvisí s ostatními (vyplývání, generalizace, zobecnění, speciální případ ...)?
- Není možné ji strčit do nějaké generalizace?
- Jak je možné ji odvodit z ostatních nebo ostatní z ní?
- Je nutné si ji pamatovat?

To všechno je dobré zopakovat i s určitým časovým odstupem (mnohdy to překvapivě umožní úplně nový pohled).

Dobře vybudovaný systém umožňuje dobře zvládnout větší množství látky (čtvrtky a zkoušky na VŠ).

Moje zkušenosti ukazují, že jen velmi málo žáků, něco podobného dělá, pro velkou většinu je překvapením, že by vůbec něco takového dělat měli.

Je jasné, že systém musí mít každý jiný, a proto není možné ho dětem jen konkrétně předkládat k zapamatování. Přesto jsou v učebnici uvedeny některé příklady systémů na řešení některých problémů (například hodina 4.2.12 *Rychlé určování hodnot funkcí sinus a cosinu*). Hodina 2.1.12 *Spojování poznatků* se vytvářením systémů přímo zabývá.

Budování systémů je důležité pro pochopení role příkladů v matematice. Příklady nejsou určeny k zapamatování, vlastně vůbec nejsou informacemi ve smyslu používaném výše. Jsou určeny pouze k tomu, aby se na nich vyzkoušelo použití naučených informací. Z toho plyne, že do systému se z nich nezabudovává nic (pokud je člověk vyřeší sám) nebo pouze „figle“, které nás při řešení nenapadly.

e) zkoušení a opravování chyb

Jednou z nejhorších vlastností našeho školství je sugerování představy, že nejlépe to umí ten, kdo dokáže bez chyby zopakovat něco, co je předloženo jako „správný postup“. Jakákoliv chyba je pak vnímána jako zásadní selhání.

Špatné je to z několika důvodů:

- ne vždy existuje něco jako „správný postup“, mnohdy je postupů víc, některé lepší, některé horší (takže děti získávají naprosto nerealistickou představu a stavu věcí)
- správné řešení je vnímáno jako nedílný celek. Taková představa často zásadně znemožňuje samostatně hledat řešení, protože většinou je ho možné objevit postupně v několika částech tím, že zkusíme zjistit alespoň něco (to je ale podle předchozí představy bezcenné)
- pokud už studenti přijdou s vlastním nápadem, automaticky předpokládají, že je bezchybný a vůbec se nesnaží ho testovat (často i z obavy, že pak by vlastně neměli v ruce nic)

Správně by se při řešení příkladů měli studenti pokoušet nalézt řešení. Pokud nejsou schopni ho najít najednou, vcelku, mohou zkoušet hledat řešení postupně – zkusí dojít ze zadání co nejdále a najít řešení z místa, kam se dostanou.

Vynikajícím cvičením na takovéto hledání cest jsou důkazy obecně, u planimetrických vět zvláště. (V učebnici budou mít svou vlastní kapitolu.) U důkazu nejde vůbec o výsledek, ale pouze o nalezení cesty z od jednoho poznatku ke druhému. Cestu pak můžeme hledat z obou stran a lépe se tak cvičit v odhadování toho, kterým směrem se ze zadání vydat, abychom našli řešení.

Metody hledání chyb závisí na tom, zda známe výsledek nebo ne a na kvalitě systému, který jsme z informací vybudovali (čím kvalitnější a bohatší systém, tím více existuje možností kontroly).

- Můžeme u výsledku testovat, zda má vlastnosti vyplývající z postavení zadání v systému (souladnosti, znaménka, rozsah hodnot apod.). Pokud je výsledek nemá, je špatně. Praktickou ukázkou testování výsledku na vlastnosti je druhá polovina hodiny *1706 Použití vzorců při úpravě mnohočlenů*.
- Můžeme zkoušet, co by náš postup udělal s extrémními hodnotami.
- Základním postupem při hledání chyb v příkladech u kterých známe správný výsledek (sbírky) je opětovný výpočet, bez možnosti sledovat původní postup. Tak odhalíme většinu chyb z nepozornosti a přepisů (hledáme v místě, kde se oba postupy začínají lišit). Běžná kontrola hotového řešení je daleko méně efektivní, protože všichni máme automatický sklon považovat vlastní práci za bezchybnou. Větší šanci najít chybu má spíše někdo jiný.

f) řešení příkladů

Řešení příkladů zaujímá v matematice důležitou úlohu. Ve školské matematice dokonce ústřední, často se zdá, že studenti se žáci místo matematiky učí spíše matematické příklady.

Příklady nejsou cílem, pouze prostředkem na:

- ověření toho, co bysme měli umět
- procvičení mechanických dovedností (výpočty, úpravy výrazů, ...)
- možnost objevit nové poznatky

V žádném případě nejsou cílem matematického snažení, v ideálním případě bychom při řešení příkladu měli zjistit, že jsme se nic nového nenaučili.

Více o řešení příkladů v kapitole *0.09 Jak se učit samostatně*.

g) samostatnost

Jak bylo uvedeno v úvodu kapitoly učení je to, co probíhá v hlavě. Z toho vyplývá, že není možné, aby někdo jiný (osoba, učebnice, sešit) sejmul z žáka námahu, kterou jeho mozek musí projít, aby se matematiku naučil. Jde zejména o dva zlozvyky:

- při pokusu o pochopení musí pracovat vlastní hlava. Vysvětlování z vnějšku musí přijít až ve chvíli, kdy si nevíte rady.
- při učení nestačí koukat do učebnice (sešitu) a spokojeně si brumlat, že je to jasné. Je potřeba přečíst zadání a počítat samostatně. Je to daleko větší problém.

Shrnutí: