1.1.5 Rovnoměrný pohyb

Příklady střední obtížnosti

Sbírka B - Př. 1.1.5.1

Zadání:

Křižovatkou projel traktor rychlostí 36 km/h. Za deset minut po něm projela touto křižovatkou stejným směrem motorka rychlostí 54 km/h. Za jak dlouho a v jaké vzdálenosti od křižovatky dohoní motorka traktor, když se budou obě vozidla pohybovat rovnoměrně?

Výpis známých veličin:

$v_t = 36\,\text{km/h}$ $\quad v_m = 54\,\text{km/h}$ $\quad t_t = ?$ $\quad t_m = t_t - 10\,\text{min} = t_t - \frac{1}{6}\,\text{h}$

Fyzikální rozbor situace:

Ve chvíli, kdy motorka dohoní traktor, bude ve stejné vzdálenosti od křižovatky. Vzdálenosti obou vozidel od křižovatky určíme jako dráhy rovnoměrného pohybu.

Obecné řešení:

$$s_t = s_m$$

$$v_t t_t = v_m t_m$$

$$v_t t_t = v_m \left(t_t - \tfrac{1}{6}\right)$$

Dosazení:

$$36 t_t = 54\left(t_t - \tfrac{1}{6}\right)$$

$$36 t_t = 54 t_t - 9$$

$$18 t_t = 9$$

$$t_t = \tfrac{1}{2}\,\text{h}$$

$$s_t = v_t t_t = 36 \cdot \tfrac{1}{2}\,\text{km} = 18\,\text{km}$$

Odpověď:

Motorka dohoní traktor půl hodiny poté, co traktor projel křižovatkou, ve vzdálenosti 18 km od křižovatky.

Sbírka B - Př. 1.1.5.2

Zadání:

Petr s Hanou šli na výlet. Dva kilometry od domova Hanka zjistila, že si nevzala plavky a musela se vrátit. Kdy a kde bratra dohnala, když spěchá rychlostí 8 km/h, zatímco bratr se poflakuje rychlostí 4 km/h? Nakresli do jednoho obrázku grafy polohy obou dětí.

Výpis známých veličin:

$v_P = 4\,\text{km/h}$ $\quad v_H = 8\,\text{km/h}$ $\quad t = ?$ $\quad s_d = 2\,\text{km}$

Fyzikální rozbor situace:

Příklad je možné řešit několika způsoby. Budeme vycházet z toho, že ve chvíli, kdy Hanka Petra dožene, budou oba stejně daleko od místa, kde se rozešli. Neznamená to, že oba ujdou stejnou dráhu, ale budou mít stejnou polohu. Jejich dráhy se liší, protože Hanka musí jít ještě domů a zpět, tedy o 4 km více. Pro dráhy, které ujdou děti tedy platí: $s_P + 4 = s_H$. Jinou možností, jak příklad vyřešit, je určit polohu Petra ve chvíli, kdy Hanka vychází z domova za ním a pak postupovat jako v případě dohánění Petra Hankou.

Obecné řešení:

$$s_P + 4 = s_H$$

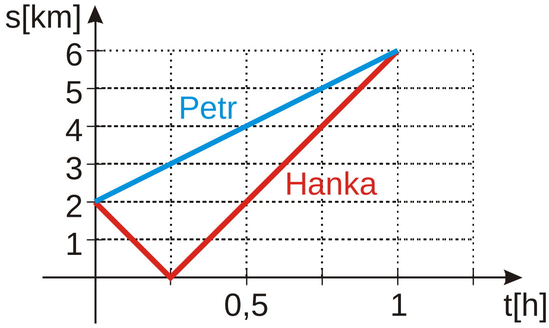
$$v_P t + 4 = v_H t$$

$$4 = v_H t - v_P t$$

$$t = \frac{4}{v_H - v_P}$$

Dosazení:

$$t = \frac{4}{v_H - v_P} = \frac{4}{8-4}\,\mathrm{h} = 1\,\mathrm{h}$$



Odpověď:
Hanka dožene Petra za jednu hodinu od chvíle, kdy se vydala domů pro plavky, ve vzdálenosti 6 km od domova.

Sbírka B - Př. 1.1.5.3

Zadání:
Arnošt jel na kole za kamarádem do sousedního města. Nejdřív jel 4 km z velmi mírného kopce pak jel 2 km do mírného kopce, který skončil 1 km dlouhým sjezdem do údolí řeky Ponravy. Z údolí musel na kole vyšlapat 2 km dlouhý kopec. Na vrcholu stoupání si 10 minut odpočinul. Zbytek 5 km jel už po rovině. Odhadni rychlost, kterou se Arnošt v jednotlivých úsecích své cesty pohyboval. Nakresli do jednoho obrázku graf dráhy a graf rychlosti jeho pohybu. Jak daleko od Arnošta bydlí jeho kamarád? Jak dlouho trvala Arnoštovi cesta? Jakou průměrnou rychlostí se při cestě pohyboval? Předpokládej, že v každém úseku cesty se Arnošt pohyboval rovnoměrně.

Fyzikální rozbor situace:
Rozdělíme si cestu na jednotlivé úseky a každý budem řešit jako samostatný rovnoměrný pohyb. Při sestrojování grafů budeme výsledky pro jednotlivé pohyby postupně přičítat.

Řešení:

První úsek:
mírné klesání – rychlost kolem $25-30\,\text{km/h}$, použijeme 25 km/h
dráha 4 km

$$s = vt \Rightarrow t = \frac{s}{v}$$

$$t = \frac{s}{v} = \frac{4}{25} = 0{,}16\,\text{h}$$

Pro orientaci v grafu bude jednodušší převést výsledné časy na minuty.

$$0{,}16\,\text{h} = 0{,}16 \cdot 60\,\text{min} = 9{,}6\,\text{min}$$

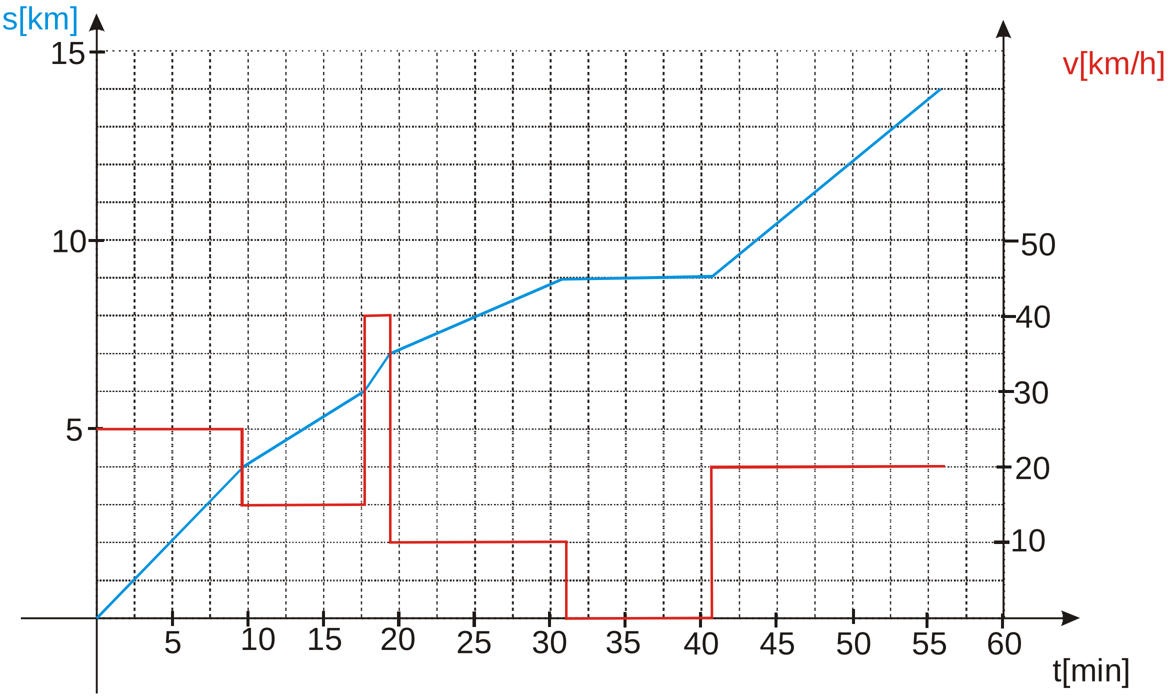
V ostatních úsecích postupujeme stejně.

část pohybu	**délka úseku v km**	**rychlost v km/h**	**doba jízdy v minutách**
mírné klesání	4	25	9,6
mírné stoupání	2	15	8
sjezd k řece	1	40	1,5
stoupání z údolí	2	10	12
odpočinek	0	0	10
rovina	5	20	15

Pro vynášení výsledků do grafu potřebujeme místo délek jednotlivých úseků vzdálenosti od počátku cesty. Stejně musíme postupovat u časů. Doplníme tabulku od dva další sloupce, které udávají vzdálenost a čas na konci úseku počítaný od začátku cesty.

část pohybu	**délka úseku v km**	**rychlost v km/h**	**doba jízdy v minutách**	**vzdálenost od počátku**	**čas od začátku cesty**
mírné klesání	4	25	9,6	4	9,6
mírné stoupání	2	15	8	6	17,6
sjezd k řece	1	40	1,5	7	19,1
stoupání z údolí	2	10	12	9	31,1
odpočinek	0	0	10	9	41,1
rovina	5	20	15	14	56,1

Čísla v šestém a pátém sloupci vyneseme do grafu dráhy, čísla v šestém a třetím sloupci do grafu rychlosti.



Odpověď:
Z tabulky snadno vyčteme, že Arnošt bydlí 14 km od kamaráda a cesta mu trvala 56,1 minut. Jeho průměrná rychlost za celou cestu byla:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{14}{0,935} = 14,97\,\text{km/h} \doteq 15\,\text{km/h}.$$

Arnošt se pohyboval průměrnou rychlostí 15 km/h.

Sbírka B - Př. 1.1.5.4

Zadání:
Krásná a ctnostná Eliška je zadržována zamilovaným zlým pasákem Aloisem na chatě v hlubokých kanadských lesích, 180 km od nejbližší civilizace. Má šanci uniknout na kole (dá se očekávat, že pojede rychlostí přibližně 20 km/h), je-li právě poledne, Alois se svým psem se má vrátit z výletu na koni za pět hodin a pronásledovat ji může pouze v lesním traktoru (Eliška moudře přeřezala všechny pneumatiky na jeho terénní Toyotě.) s maximální rychlostí 60 km/h? Pokud ji dohoní, řekněte kdy a kde? Jakou rychlostí by v tom případě musela na kole jet, aby mu unikla?

Výpis známých veličin:
$v_E = 20\,\text{km/h}$ $\quad v_A = 60\,\text{km/h}$ $\quad s = 180\,\text{km}$ $\quad t_E = ?$ $\quad t_A = ?$

Fyzikální rozbor situace:
Eliška i Alois se pohybují přibližně rovnoměrným pohybem. Pomocí vztahů pro rovnoměrný pohyb určíme časy, za které dorazí k nejbližší civilizaci.

Obecné řešení:

$s = vt \Rightarrow t = \frac{s}{v}$

Dosazení:

Doba, za kterou urazí vzdálenost Eliška: $t_E = \frac{s}{v_E} = \frac{180}{20}\,\text{h} = 9\,\text{h}$.

Eliška dorazí do nejbližší civilizace v devět hodin večer.

Doba, za kterou urazí vzdálenost Alois: $t_A = \frac{s}{v_A} = \frac{180}{60}\,\text{h} = 3\,\text{h}$.

Alois dorazí domů v pět hodin za tři hodiny dorazí do nejbližší civilizace. Bude tam tedy v osm hodin večer. Elišku tedy dostihne.

Ve chvíli, kdy Alois Elišku dostihne, budou oba od jeho chaty stejně vzdáleni.

$s_E = s_A$

$v_E t_E = v_A t_A$ Alois vyráží za Eliškou až v pět hodin platí tedy: $t_A = t_E - 5$.

$v_E t_E = v_A (t_E - 5)$

$20 t_E = 60 (t_E - 5)$

$t_E = 3 (t_E - 5)$

$t_E = 3 t_E - 15$

$2 t_E = 15$

$t_E = 7{,}5\,\text{h}$

Vzdálenost, kterou do té doby urazí Eliška: $s = v_E t_E = 20 \cdot 7{,}5\,\text{km} = 150\,\text{km}$.

Pokud chce Eliška uniknout musí dorazit do civilizace nejpozději za osm hodin. Potřebná rychlost je $s = vt \Rightarrow v = \frac{s}{t} = \frac{180}{8}\,\text{km/h} = 22{,}5\,\text{km/h}$.

Odpověď:

Alois Elišku dohoní v půl osmé večer ve vzdálenosti 150 km od chaty (30 km od civilizace). Pokud by Eliška chtěla uniknout musela by jet průměrnou rychlostí 22,5 km/h.

Sbírka B - Př. 1.1.5.5

Zadání:

Petr Novák a Martin Sedlář jsou podezřelí z členství v české teroristické skupině Aj Pajda. Petr vyrazí z Prahy do Brna v 7:00, jede dvě hodiny rychlostí 100 km/h, pak půl hodiny stojí na odpočívadle, hodinu jede zpátky rychlostí 60 km/h, dvě hodiny stojí a pak se vrátí do Prahy rychlostí 120 km/h. Martin vyrazí z Brna do Prahy v 8:00, hodinu jede rychlostí 70 km/h, pak dvě hodiny stojí a do 12:30 jede opět rychlostí 60 km/h. V 13:00 se začne vracet zpátky rychlostí 110 km/h.

Kdy dorazil Petr domů?

Kdy dorazil Martin domů?

Jakou průměrnou rychlostí se pohyboval Martin?

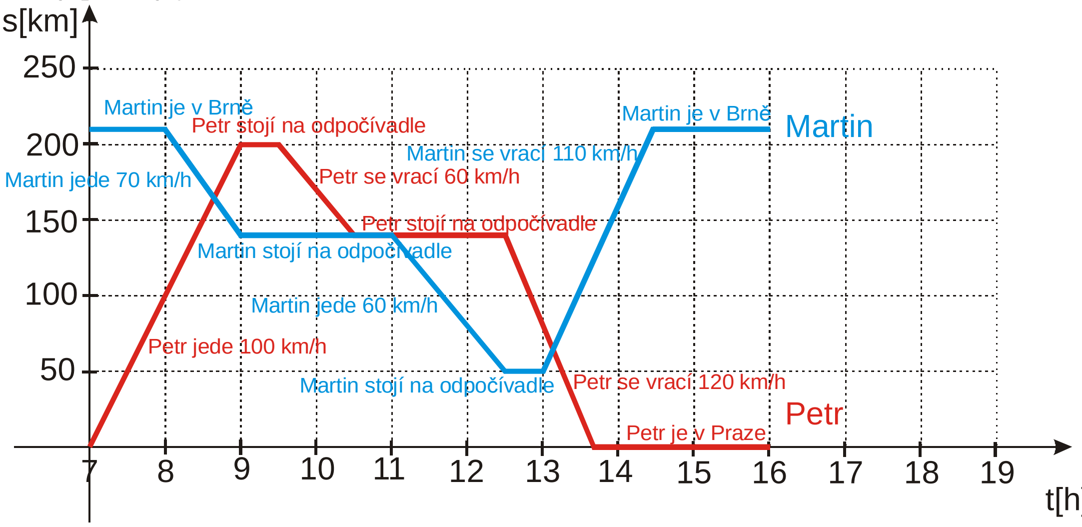
Jakou průměrnou rychlostí se pohyboval Petr?

Mohli se setkat a předat si tajnou zásilku s plány na jednací místnost Senátu České republiky?

Kde byl Martin a kde byl Pavel v 12:00?

Vzdálenost Praha-Brno je 210 km. Průměrnou rychlost určujte od okamžiku, kdy se podezřelí vydali na cestu, do chvíle, kdy se vrátili domů.

Řešení:
Grafy polohy jsou na obrázku.



Kdy dorazil Petr domů?
Petr vyjíždí zpět do Prahy z odpočívadla na 140 km v 12:30. Vrací se rychlostí 120 km/h. Čas na jízdu: $t = \frac{s}{v} = \frac{140}{120} = 1{,}17\,\text{h} = 1\text{h}\,10\,\text{min}$. Petr se vrátí do Prahy v 13:40.

Kdy dorazil domů Martin?
Martin vyjíždí zpět do Brna z odpočívadla na 50 km v 13:00. Vrací se rychlostí 110 km/h, musí ujet 160 km. Čas na jízdu: $t = \frac{s}{v} = \frac{160}{110} = 1{,}45\,\text{h} = 1\text{h}\,27\,\text{min}$. Martin se vrátí do Brna v 14:27.

Jakou průměrnou rychlostí se pohyboval Martin?
Martin vyrazil na cestu v 8:00, do Brna se vrátil ve 14:27, na cestě byl 6 hodin 27 minut. Za tu dobu dojel z 210 km dálnice na 50 km a zpět. Ujel tedy $2(210-50) = 320\,\text{km}$. Průměrná rychlost jeho pohybu byla $\bar{v} = \frac{s_c}{t_c} = \frac{320}{6{,}45}\,\text{km/h} = 49{,}6\,\text{km/h}$.

Jakou průměrnou rychlostí se pohyboval Petr?
Petr vyrazil na cestu v 7:00, do Prahy se vrátil ve 13:40, na cestě byl 6 hodin 40 minut. Za tu dobu dojel z Prahy na 200 km dálnice a zpět. Ujel tedy $2 \cdot 200 = 400\,\text{km}$. Průměrná rychlost jeho pohybu byla $\bar{v} = \frac{s_c}{t_c} = \frac{400}{6{,}67}\,\text{km/h} = 60\,\text{km/h}$.

Mohli se setkat a předat si tajnou zásilku s plány na jednací místnost Senátu České republiky?
Setkat se mohli. Z grafu jejich polohy je vidět, že oba stáli ve stejné době na stejném místě. Přibližně od 10:30 do 11:00 oba stáli na 140 km dálnice.

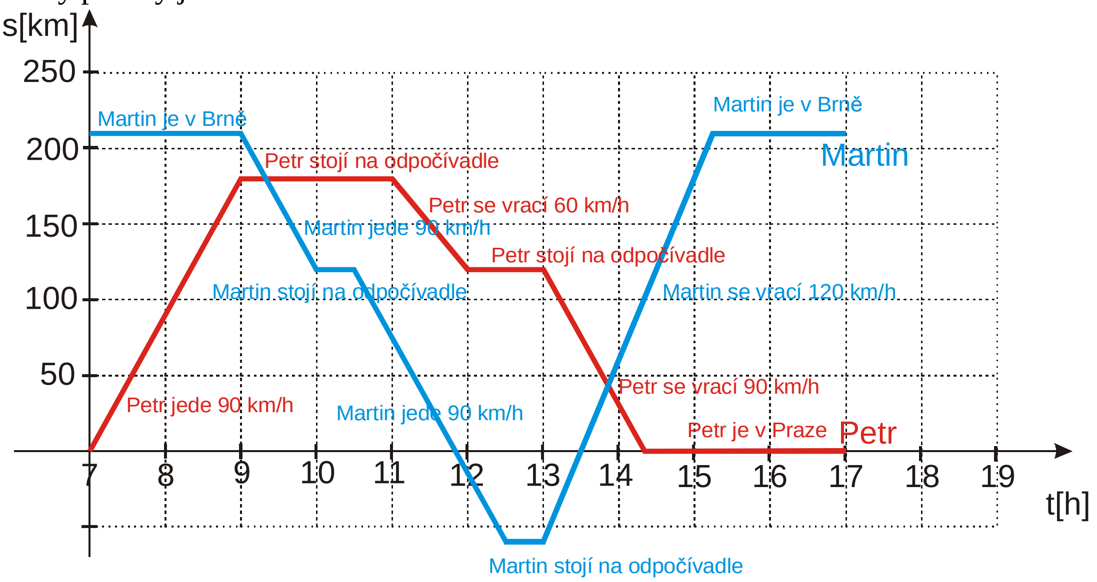
Kde byl Martin v 12:00?
Z grafu je vidět, že byl přibližně na 80 km dálnice a pokračoval v jízdě směrem na Prahu 60 km/h.

Kde byl Petr v 12:00?
Z grafu je vidět, že stál na odpočívadle na 140 km dálnice.

Sbírka B - Př. 1.1.5.6

Zadání:
Petr vyrazí z Prahy do Brna v 7:00, jede dvě hodiny rychlostí 90 km/h, pak dvě hodiny stojí na odpočívadle, hodinu jede zpátky rychlostí 60 km/h, zase hodinu stojí a pak se vrátí do Prahy rychlostí 90 km/h. Martin vyrazí z Brna do Prahy v 9:00, hodinu jede rychlostí 90 km/h, pak půl hodiny stojí a do 12:30 jede opět rychlostí 90 km/h. V 13:00 se začne vracet zpátky rychlostí 120 km/h.
Kdy dorazil Petr domů?
Kdy dorazil Martin domů?
Jakou průměrnou rychlostí se pohyboval Martin?
Jakou průměrnou rychlostí se pohyboval Petr?
Mohli se setkat a předat si tajnou zásilku s obohaceným uranem?
Kde byl Martin a kde byl Pavel v 14:00?
Vzdálenost Praha-Brno je 210 km. Průměrnou rychlost určuj od okamžiku, kdy se řidiči vydali na cestu, do chvíle, kdy se vrátili domů.

Řešení:
Grafy polohy jsou na obrázku.



Kdy dorazil Petr domů?
Petr vyjíždí zpět do Prahy z odpočívadla na 120 km v 13:00. Vrací se rychlostí 90 km/h. Čas na jízdu: $t = \frac{s}{v} = \frac{120}{90} = 1,33\,\text{h} = 1\text{h}\,20\,\text{min}$. Petr se vrátí do Prahy v 14:20.
Kdy dorazil domů Martin?
Martin vyjíždí zpět do Brna z odpočívadla na 60 km za Prahou v 13:00. Vrací se rychlostí 120 km/h, musí ujet 270 km. Čas na jízdu: $t = \frac{s}{v} = \frac{270}{120} = 2,25\,\text{h} = 2\text{h}\,15\,\text{min}$. Martin se vrátí do Brna v 15:15.

Jakou průměrnou rychlostí se pohyboval Martin?
Martin vyrazil na cestu v 9:00, do Brna se vrátil ve 15:15, na cestě byl 6 hodin 15 minut. Za tu dobu dojel z 210 km dálnice na 60 km za Prahu a zpět. Ujel tedy $2\left(210+60\right)=540\,\text{km}$.

Průměrná rychlost jeho pohybu byla $\overline{v}=\frac{s_c}{t_c}=\frac{540}{6,25}\,\text{km/h}=86,4\,\text{km/h}$.

Jakou průměrnou rychlostí se pohyboval Petr?
Petr vyrazil na cestu v 7:00, do Prahy se vrátil ve 14:20, na cestě byl 7 hodin 20 minut. Za tu dobu dojel z Prahy na 180 km dálnice a zpět. Ujel tedy $2\cdot 180=360\,\text{km}$. Průměrná rychlost jeho pohybu byla $\overline{v}=\frac{s_c}{t_c}=\frac{360}{7,33}\,\text{km/h}=49,1\,\text{km/h}$.

Mohli se setkat a předat si tajnou zásilku s plány na jednací místnost Senátu České republiky?
Grafy poloh obou řidičů se protínají dvakrát, ani jednou však ne ve chvíli, kdy by oba stáli na stejném místě. Setkat se nemohli, zásilku by mohl předat pouze Martin Petrovi, kdyby ji vyhodil z okénka ve chvíli, když projížděl okol Petra stojícího na odpočívadle po deváté hodině na 180 km dálnice.

Kde byl Martin v 14:00?
Z grafu je vidět, že byl na 60 km dálnice a pokračoval v jízdě směrem na Brno rychlostí 120 km/h.

Kde byl Petr v 14:00?
Z grafu je vidět, že dojížděl do Prahy, rychlostí 90 km dálnice. Od Prahy byl vzdálen 30 km.

Sbírka B - Př. 1.1.5.7

Zadání:
Po setkání na moři se první loď vydala stálou rychlostí na jih, druhá rychlostí o $6\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ větší na západ. Po dvou hodinách plavby byly lodi od sebe vzdáleny o 60 km. Jakými rychlostmi pluly?

Výpis známých veličin:
$x=60\,\text{km}$ $\quad t=2\,\text{h}$ $\quad v=?$

Fyzikální rozbor situace:
Lodě plují na sebe navzájem kolmými směry. Z obrázku je vidět, že jejich vzdálenost je přeponou v pravoúhlém trojúhelníku, jehož odvěsny tvoří dráhy, které urazily obě lodi.

Řešení:
Platí: $s_1^2+s_2^2=x^2$. Obě lodě se pohybují rovnoměrně, můžeme jejich dráhy vyjádřit pomocí času a rychlostí.
$\left(v_1t_1\right)^2+\left(v_2t_2\right)^2=x^2$ Platí $t_1=t_2=t$, obě lodě od setkání plují 2 hodiny.
$v_1^2t^2+v_2^2t^2=x^2$ Platí: $v_2=v_1+6$, druhá loď pluje rychlostí o $6\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ větší než první

$v_1^2t^2 + (v_1+6)^2 t^2 = x^2$ V rovnici je jediná neznámá – rychlost první lodi, dosadíme a vypočítáme.

$v_1^2 2^2 + (v_1^2 + 12v_1 + 36) 2^2 = 60^2 \quad /\cdot \frac{1}{4}$

$v_1^2 + v_1^2 + 12v_1 + 36 = 900$

$2v_1^2 + 12v_1 - 864 = 0 \quad /\cdot \frac{1}{2}$

$v_1^2 + 6v_1 - 432 = 0$

Najdeme kořeny kvadratické rovnice: $v_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4\cdot 1\cdot(-432)}}{2} = \frac{-6 \pm 42}{2}$

$v_{11} = \frac{36}{2} = 18\,\mathrm{km/h}$

$v_{12} = -\frac{48}{2} = -24\,\mathrm{km/h}$ - i záporná rychlost má v tomto případě fyzikální význam, který zatím nebudeme komentovat

$v_2 = v_1 + 6 = 18 + 6\,\mathrm{km/h} = 24\,\mathrm{km/h}$

Odpověď:
První loď plula rychlostí 18 km/h, druhá rychlostí 24 km/h.

Sbírka B - Př. 1.1.5.8

Zadání:
Po okruhu dlouhém 2500 m jezdí dva motocykly. Potkávají se každou minutu, jedou-li proti sobě, míjejí se každých 5 minut, jezdí-li týmž směrem. Určete jejich rychlosti za předpokladu, že jsou stálé a nezávislé na směru jízdy.

Výpis známých veličin:
$s = 2500\,\mathrm{m} \qquad t_p = 1\,\mathrm{min} = 60\,\mathrm{s} \qquad t_s = 5\,\mathrm{min} = 300\,\mathrm{s}$

Fyzikální rozbor situace:
Pokud motocykly jedou po okruhu proti sobě a potkávají se každou minutu, znamená to, že právě minutu trvá než se součet jejich drah rovná délce okruhu.
Pokud motocykly jedou po okruhu týmž směrem a míjejí se každých 5 minut, znamená to, že právě pět minut trvá než se rozdíl jejich drah rovná délce okruhu.

Řešení:
Jízda proti sobě: $s = s_1 + s_2 = v_1 t_p + v_2 t_p$

Jízda stejným směrem: $s = s_1 - s_2 = v_1 t_s - v_2 t_s$

Máme dvě rovnice a dvě neznámé, dosadíme a vyřešíme soustavu:

$2500 = 60v_1 + 60v_2$

$2500 = 300v_1 - 300v_2$

$125 = 3v_1 + 3v_2$

$25 = 3v_1 - 3v_2$

Po sečtení rovnic: $150 = 6v_1 \Rightarrow v_1 = 25\,\text{m/s} = 90\,\text{km/h}$

Dosazením do druhé rovnice určíme v_2: $25 = 3 \cdot 25 - 3v_2$

$3v_2 = 50$

$v_2 = 16{,}7\,\text{m/s} = 60\,\text{km/h}$

Odpověď:
Motocykly se po oválu pohybují rychlostmi 90 km/h a 60 km/h.

Sbírka B - Př. 1.1.5.9

Zadání:
Motorová loď má na klidné vodní hladině rychlost $12\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Když jsme v ní bez přestávky ujeli 45 km po proudu řeky a 45 km zpět, trvalo nám to přesně 8 hodin. Jakou stálou rychlostí tekla řeka?

Výpis známých veličin:
$v_l = 12\,\text{km/h}$ $\quad s = 45\,\text{km}$ $\quad t = 8\,\text{h}$ $\quad v_v = ?$

Fyzikální rozbor situace:
Dobu, kterou loď jela trasu tam a zpět můžeme vypočítat pomocí rychlosti, kterou se pohyboval při cestě tam (součet rychlosti lodi a vody) a rychlosti, kterou jela zpět (rozdíl rychlosti lodě a vody.

Řešení:
Platí: $t = t_1 + t_2$

$t_1 = \dfrac{s}{v_l + v_v}$ (loď jede po proudu)

$t_2 = \dfrac{s}{v_l - v_v}$ (loď jede proti proudu)

Dosadíme: $t = \dfrac{s}{v_l + v_v} + \dfrac{s}{v_l - v_v}$

Jedinou neznámou je rychlost lodě, rovnici vyřešíme a určíme ji.

$8 = \dfrac{45}{12 + v_v} + \dfrac{45}{12 - v_v} \qquad / \cdot (12 + v_v)(12 - v_v)$

$8(12 + v_v)(12 - v_v) = 45(12 - v_v) + 45(12 + v_v)$

$8\left(144 + 12v_v - 12v_v - v_v^2\right) = 540 - 45v_v + 540 + 45v_v$

$8\left(144 - v_v^2\right) = 1080 \qquad / : 8$

$144 - v_v^2 = 135$

$v_v^2 = 9$

$v_v = \pm 3$ $\quad$ záporný kořen nemá fyzikální význam

Odpověď:
Řeka teče rychlostí 3 km/h.