6.1.4 Kontrakce délek

Předpoklady: 6103

Existuje na Zemi jev, na kterém je dilatace času opravdu vidět?

Př. 1: Částice mion má poločas rozpadu (doba, za kterou se rozpadne přibližně polovina částic) $2{,}2\,\mu\mathrm{s}$. Vysvětli, jak je možné, že tyto částice doletí k povrchu Země, i když vznikají v horních vrstvách atmosféry ve výšce $15\,\mathrm{km}$ a pohybují se směrem k Zemí rychlostí $v=0{,}999\,c$.

Jakou dráhu částice uletí podle klasické fyziky?
$s=v\cdot t$
$s=0{,}999\cdot 300\,000\,000\cdot 0{,}000\,002\,2\,\mathrm{m}=660\,\mathrm{m}$
Jak dlouho by mion musel žít, aby doletěl k zemi?
$$t=\frac{s}{v}=\frac{15000}{0{,}999\cdot 300000000}\,\mathrm{s}=5\cdot 10^{-5}\,\mathrm{s}$$
Kolikrát je potřebný čas delší než poločas rozpadu?
$$n=\frac{5\cdot 10^{-5}}{2{,}2\cdot 10^{-6}}=22{,}7=23$$
Skoro všechny částice by se rozpadly před tím než by doletěly k povrchu Země, zbylo by jich jen $0{,}5^{23}=1{,}2\cdot 10^{-7}$ původního počtu
Nápad: mion letí velmi velkou rychlostí $\Rightarrow$ jeho hodiny jdou o dost pomaleji. Na kolik se prodlouží jeho poločas rozpadu (z našeho pohledu)?
$$\Delta t=\frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\frac{2{,}2\cdot 10^{-6}}{\sqrt{1-\frac{0{,}999\,c^2}{c^2}}}\,\mathrm{s}=4{,}9\cdot 10^{-5}\,\mathrm{s}$$
- jen o trochu kratší doba než je potřeba k cestě na povrch Země $\Rightarrow$ téměř polovina mionů doletí

Př. 2: Najdi nedostatek v předchozím vysvětlení experimentálního faktu, dopadu mionů na povrch Země.

Předchozí příklad vysvětluje, jak mohou miony doletět k povrchu Země z hlediska vnějšího pozorovatele. Vnější pozorovatel vidí miony letět velkou rychlostí $\Rightarrow$ vidí, že pro miony plyne pomaleji a ony mají dostatek času, aby doletěly k povrchu Země.
Předchozí vysvětlení neplatí z hlediska mionů. Miony se samy vůči sobě nepohybují (naopak zdá se jim, že se nim strašlivou rychlostí blíží povrch Země) $\Rightarrow$ jejich čas plyne normálně $\Rightarrow$ nemají dost času, aby doletěly k povrchu Země.

$\Rightarrow$ Na vysvětlení faktu, že miony doletí k povrchu Země z jejich pohledu naše dosavadní vědomosti nestačí $\Rightarrow$ musí existovat další relativistický efekt, který ještě neznáme a který:
- buď nějakým způsobem prodlouží život mionů i z jejich pohledu
- nebo nějakým způsobem zkrátí dráhu, kterou musí miony uletět

Kontrakce délek
- relativistické zkrácení délek ve směru pohybu předmětu vůči pozorovateli = mion vidí vzdálenost od okraje atmosféry k povrchu Země kratší, protože se vůči této vzdálenosti

pohybuje

- pozorovatel na Zemi tuto vzdálenosti vidí normální, protože vůči ní stojí.
- vzorec: $l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ l_0 - vzdálenost, kterou naměří pozorovatel, který se vůči vzdálenosti nepohybuje (ze všech nejdelší), l - vzdálenost, kterou naměří pozorovatel, který se vůči ní pohybuje (vždy menší než l_0)
- vzdálenosti kolmé na směr pohybu se nezkracují

Dodatek: Odvození vzorce pouze pro zájemce

Nejdříve si ujasníme, že délka tyče je vzdálenost koncových bodů, jejichž polohu změříme současně vzhledem k soustavě, ve které měříme délku tyče (změřit současně pro všechny pozorovatele nejde pokud tyč nějakou délku má)

V čase $t = t' = 0\,\mathrm{s}$ splývají počátky soustav souřadnic *S* a *S'* a v tomto počátku se nachází jeden konec tyče (označíme *A*), v tomto okamžiku vyšleme světlo k zrcadlu umístěném na druhém konci tyče (označíme *Z*)

Situace v tomto okamžiku je na obrázku:

Chyba při čtení

Let paprsku po trase *AZA* trvá:

v soustavě *S*' dobu: $\Delta t_0 = \frac{2 l_0}{c}$

v soustavě *S* dobu: $\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

doba, za kterou urazí světlo v soustavě *S* trasu *AZ*: $c t_1 = l + v t_1 \quad \Rightarrow \quad t_1 = \frac{l}{c - v}$

doba, za kterou urazí světlo v soustavě *S* trasu *ZA*: $c t_2 = l - v t_2 \quad \Rightarrow \quad t_2 = \frac{l}{c + v}$

celková doba letu světla v soustavě *S*:

$$\Delta t = t_1 + t_2 = \frac{l}{c - v} + \frac{l}{c + v} = l \cdot \left(\frac{c + v + (c - v)}{c^2 - v^2} \right) = l \frac{2c}{c^2 - v^2}$$

pokračujeme v úpravách: $\Delta t = l \frac{2c}{c^2 - v^2} = l \frac{2c}{c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)} = \frac{2 l}{c} \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

vztahy $\Delta t_0 = \frac{2 l_0}{c}$ a $\Delta t = \frac{2 l}{c} \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ dosadíme do vztahu pro dilataci času:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\frac{2l}{c}\frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}=\frac{2l_0}{c}\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\frac{l}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=l_0$$

$$l=l_0\cdot\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

Př. 3: Urči, jak se díky kontrakci délek z pohledu mionů zkrátí dráha, kterou musí uletět. Miony vznikají ve výšce 15 km a letí k povrchu Země rychlostí $v=0{,}999\,c$.

$$l=l_0\cdot\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=15000\cdot\sqrt{1-\frac{(0{,}999\,c)^2}{c^2}}\ \mathrm{m}=670\ \mathrm{m}$$

Mion vidí, že musí urazit k povrchu Země vzdálenost 670 m (má tedy téměř poloviční pravděpodobnost, že k ní doletí).

Př. 4: Na oběžné dráze se potkají tři stejné rakety. Modrá vůči Zemi stojí, zelená se vůči Zemi pohybuje rychlostí 0,5c (ve směru kolmo od Slunce) a oranžová se ve stejném směru pohybuje rychlostí 0,99c.
Která z lodí je nejkratší? Co uvidí piloti jednotlivých raket?

Chyba při čtení

Délka lodě závisí na soustavě, ze které ji měříme $\Rightarrow$ není možné tvrdit, že je některá z nich kratší

Pohled pilota modré rakety:

- nejdelší je moje raketa (vůči mě stojí)
- zelená raketa je trochu kratší než moje (pohybuje se vůči mě rychlostí 0,5 c)
- oranžová raketa je o hodně kratší než moje (pohybuje se vůči mě rychlostí 0,99 c)

Pohled pilota zelené rakety:

- nejdelší je moje raketa (vůči mě stojí)
- modrá raketa je kratší než moje (pohybuje se vůči mě rychlostí 0,5 c)
- oranžová raketa je kratší než moje a nepatrně delší než modrá (pohybuje se vůči mě rychlostí 0,49 c)

Pohled pilota oranžové rakety:

- nejdelší je moje raketa (vůči mě stojí)
- zelená raketa je trochu kratší než moje (pohybuje se vůči mě rychlostí 0,49 c)
- modrá raketa je o hodně kratší než moje (pohybuje se vůči mě rychlostí 0,99 c)

Př. 5: Na oběžné dráze se potkají tři stejné rakety. Modrá vůči Zemi stojí, zelená se vůči Zemi pohybuje rychlostí 0,99c (ve směru kolmo od Slunce) a oranžová se vůči Zemi pohybuje rychlostí 0,99c ve směru kolmo k Slunci.
Která z lodí je nejkratší? Co uvidí piloti jednotlivých raket?

Chyba při čtení

Délka lodě závisí na soustavě, ze které ji měříme ⇒ není možné tvrdit, že je některá z nich kratší

Pohled pilota modré rakety:

- nejdelší je moje raketa (vůči mě stojí)
- zelená raketa je kratší než moje (pohybuje se vůči mě rychlostí 0,99 c)
- oranžová raketa je kratší než moje (pohybuje se vůči mě rychlostí 0,99 c)

Pohled pilota zelené rakety:

- nejdelší je moje raketa (vůči mě stojí)
- modrá raketa je kratší než moje (pohybuje se vůči mě rychlostí 0,99 c)
- oranžová raketa je ještě kratší než modrá (pohybuje se vůči mě rychleji než 0,99 c – kolik přesně nevím, protože sčítat rychlosti normálně v relativitě nemůžeme)

Pohled pilota oranžové rakety:

- nejdelší je moje raketa (vůči mě stojí)
- modrá raketa je kratší než moje (pohybuje se vůči mě rychlostí 0,99 c)
- zelená raketa je ještě kratší než modrá (pohybuje se vůči mě rychleji než 0,99 c – kolik přesně nevím, protože sčítat rychlosti normálně v relativitě nemůžeme)

Př. 6: Co by musel Albert Einstein dělat při svádění své budoucí manželky, aby díky kontrakci délek vypadal hubenější než ve skutečnosti?

Musel by neustále běhat rychlostí blízkou rychlosti světla ke své lásce a od ní.

Shrnutí: Podobně jako pozorujeme v soustavách, které se vůči nám pohybují prodlužování času, pozorujeme v těchto soustavách také zkracování délek.